Informe de análisis
Compilatio Magister+ | ZEGEL-PE

26.06.2026 BARRAS_DP.FINALdocx

ID : 520508653f6385151e88a46da63f70a1afe370ec

19% Textos sospechosos

Nombre del fichero : 26.06.2026 BARRAS_DP.FINALdocx.txt
Tamaño del archivo original : 1,65 MB
Número de palabras : 9595

Depositante : David Ernesto PALOMINO ALVA
Fecha de depósito : 5 de julio de 2026
Tipo de carga : interface
fecha de fin de análisis : 5 de julio de 2026

Resumen (sección 1/3)

Localización de los textos sospechosos en el documento :

Incluido en el porcentaje de textos sospechosos :

Similitudes 18%

Sintáctica 3% Semántica 15%

Pasajes con similitudes a fuentes encontradas en diferentes colecciones.

Detección de IA 36%

Textos estilísticamente próximos a un texto generado por una IA.
Este índice es un indicador y no una prueba. Comprueba con el autor si domina los conocimientos mencionados en el documento.

Idiomas no reconocidos <1%

Pasajes en los que parte del vocabulario utilizado no forma parte del diccionario de la lengua.
Puede tratarse de un intento del autor de modificar el texto para evitar ser detectado.

No incluido en el porcentaje de textos sospechosos :

Textos entre comillas <1%

Pasajes entre comillas, a menudo indicativos de una cita.

Fuentes de similitudes (sección 2/3)

Similitudes

18%

Pasajes con similitudes a fuentes encontradas en diferentes colecciones.

Fuente principal detectada

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones
1	25052025 MONOGRAFÍA - Singapur... #6b5101 Detección semántica Viene de de mi biblioteca	5%	
2	Documento de otro usuario #21c366 Detección semántica Viene de de otro grupo	4%	
3	Fortalecimiento de procesos asociados al pensamien... Detección semántica repositorio.unal.edu.co/	4%	
4	Documento de otro usuario #af1cdb Detección semántica Viene de de otro grupo	4%	
5	Documento de otro usuario #62e596 Detección semántica Viene de de otro grupo	4%	
6	07.02.2026... #642ba3 Detección semántica Viene de de mi biblioteca	3%	
7	Por qué el modelo de barras es esencial para entend... Detección semántica matematicasingapurchile.cl/2024/12/30/por-que-el-modelo-de-barras-es-...	3%	
8	Cuentas que enseñan: una mirada didáctica al ábac... Detección semántica hdl.handle.net/11441/179570	2%	
9	Documento de otro usuario #01eb55 Detección semántica Viene de de otro grupo	1%	
10	Comprensión lectora y resolución de problemas... Detección semántica hdl.handle.net/20.500.12692/39227	<1%	
11	Dificultades En La Resolución De Problemas... Detección semántica doi.org/10.14483/23464712.16876	<1%	

Fuente con similitudes fortuitas

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones
12	Instrucción Basada en Esquemas Modificada para la enseñanza d... hdl.handle.net/10902/33420	<1%	

Fuente mencionada (sin similitudes detectadas)

N°		Descripciones
1		https://orcid.org/0009-0004-7529-1567
2		https://orcid.org/0009-0003-3295-0158
3		https://orcid.org/0000-0003-4655-4300
4		https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1409
5		https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v17/doc/1528.pdf
6		https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7186600
7		https://tesis.pucp.edu.pe/server/api/core/bitstreams/aca29d30-26c3-459d-b129-2dac960d7987/content
8		https://tecnocientifica.com.mx/volumenes/V9N10A7.pdf
9		https://uvadoc.uva.es/handle/10324/68500
10		https://www.minedu.gob.pe
11		https://doi.org/10.32654/revistaconcienciaepg
12		https://repositorio.cidecuador.org/bitstream/123456789/1040/1/Articulo_16_Horizontes_N19V5.pdf
13		http://hdl.handle.net/20.500.11955/1166
14		https://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf
15		https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/r-Muro-investigacion/article/view/1322
16		https://dehesa.unex.es/bitstream/10662/13097/1/0214-9877_2020_2_1_263.pdf

1, 6, 7

LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DEL MODELO DE BARRAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS EN EL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

DIDACTIC STRATEGY OF THE BAR MODEL FOR SOLVING ADDITIVE PROBLEMS IN FIRST GRADE PRIMARY EDUCATION

Trabajo de Investigación para optar al Grado Académico de Bachiller en Educación

Autores

Campos Gonzales Luz Marlene

https://orcid.org/0009-0004-7529-1567

Huatuco Nájera de Custodio Maribel Milagros

https://orcid.org/0009-0003-3295-0158

Asesor

Palomino Alva David

https://orcid.org/0000-0003-4655-4300

Lima, julio, 2026

DEDICATORIA

A los padres Cooperadores de la Verdad y de la Madre de Dios, por enseñarme una verdadera educación basada en la persona.

A las hermanas de la Compañía del Corazón de Jesús por su apoyo, ánimo y cariño.

Campos Gonzales Luz Marlene

Esta monografía se la dedico a mi esposo, quien me apoyó en cada paso de mis estudios. A mi padre, porque su deseo siempre fue verme crecer y mejorar cada día. Y de manera especial a mi madre, que está en el cielo; sé que estaría muy orgullosa de mí. Ella amaba la docencia y hoy cumplo este sueño que ella no pudo estudiar.

Huatuco Nájera de Custodio Maribel Milagros

RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo analizar la implementación de la estrategia didáctica del modelo de barras en la comprensión de problemas aditivos y en el desarrollo de operaciones básicas en estudiantes de primer grado de educación primaria. La investigación surge a partir de las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, especialmente en la interpretación de enunciados y en la identificación de relaciones entre cantidades.

El estudio se desarrolla bajo un enfoque descriptivo de carácter teórico, sustentado en la revisión y análisis de fuentes académicas relacionadas con la resolución de problemas aditivos, su didáctica y la diferenciación entre problema y ejercicio en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, se examinan diversas estrategias didácticas, con especial énfasis en el método Singapur y el modelo de barras como recurso de representación visual.

El modelo de barras se caracteriza por el uso de representaciones gráficas que permiten organizar la información de los problemas, facilita la comprensión de las relaciones entre los datos y promueven el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. En este sentido, su aplicación resulta pertinente en el primer grado de educación primaria, ya que favorece el tránsito del pensamiento concreto al pictórico y abstracto, en concordancia con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

A partir del análisis teórico realizado, se concluye que el modelo de barras constituye una estrategia didáctica importante para favorecer la comprensión de los problemas aditivos y el desarrollo de operaciones básicas, al promover la representación visual, la interpretación de enunciados y el fortalecimiento de competencias matemáticas en los estudiantes.

Palabras clave: aprendizaje matemático, problemas aditivos, modelo de barras, estrategias didácticas, educación primaria.

ABSTRACT

The present study aims to analyze the implementation of the bar model as a didactic strategy in the understanding of additive problems and the development of basic mathematical operations in first-grade primary school students. This research arises from the difficulties students face in solving mathematical problems, particularly in interpreting problem statements and identifying relationships between quantities.

The study is developed under a descriptive theoretical approach, based on the review and analysis of academic sources related to additive problem-solving, its didactics, and the distinction between problems and exercises in the mathematics teaching-learning process. Likewise, various didactic strategies are examined, with special emphasis on the Singapore method and the bar model as a visual representation resource.

The bar model is characterized by the use of graphical representations that help organize problem information, facilitating the understanding of relationships between data and promoting the development of logical-mathematical reasoning. In this regard, its application is particularly relevant in first grade of primary education, as it supports the transition from concrete to pictorial and abstract thinking, in accordance with students' cognitive development.

Based on the theoretical analysis conducted, it is concluded that the bar model constitutes an important instructional strategy for enhancing the understanding of additive problems and the development of basic operations, as it promotes visual representation, the interpretation of problem statements, and the strengthening of students' mathematical competencies.

Keywords: mathematics learning, additive problems, bar model, didactic strategies, primary education.

TABLA DE CONTENIDOS

INFORME DE COMPILATIÓN ii DEDICATORIA iii RESUMEN iv ABSTRACT v LISTA DE FIGURAS vii INTRODUCCIÓN 8 CAPÍTULO I: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS Y SU DIDÁCTICA 10 1.1 Caracterización de los problemas aditivos 10 1.1.1. Tipos de problemas aditivos: suma y resta 11 1.1.2. Importancia de la comprensión de problemas aditivos en el aprendizaje matemático. 12 1.2 Diferencia entre problema y ejercicio: Problemática . 13 1.3 Estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas 14 1.3.1 Análisis de estrategias didácticas efectivas en matemáticas 15 1.3.1.1 El enfoque CPA (Concreto - Pictórico - Abstracto) y el método de barras 14 1.3.2 Características de la Estrategia Didáctica del Modelo de Barras 15 1.3.2.1 Implementación del Modelo de Barras 17 1.3.3 Efectividad del Modelo de Barras 19

CAPÍTULO II: LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN EL MODELO DE BARRAS EN LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS 21 2.1. Relación entre la estrategia didáctica del modelo de barras y la comprensión de problemas aditivos 22 2.1.1. Cómo el modelo de barras facilita la comprensión de los problemas aditivos 22 2.1.2 Análisis de casos de éxito en la implementación del modelo 23 2.2. Efectividad del Modelo de Barras en el Desarrollo de Operaciones Básicas 25 2.2.1. Análisis pedagógico en problemas de cambio: Incremento de la cantidad final 25 2.2.2. Análisis pedagógico en problemas de combinación: Relación parte – todo 26 2.2.3. Análisis pedagógico en problemas de cambio: Disminución de la cantidad final 28 2.3 Contribución del modelo de barras a las operaciones básicas en el primer grado 31 CONCLUSIONES 33 REFERENCIAS: 34

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.- Clasificación de los problemas aditivos. 11.

Tabla 2.- Principales aportes del modelo de barras según la literatura revisada. 20.

Tabla 3.- Clasificación semántica de los problemas aditivos de Combinación y Cambio. 30.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Representación del problema mediante el modelo de barras. 25.

Figura 2.- Representación del problema de combinación mediante el método de barras. 28.

Figura 3.- Representación del problema de cambio: disminución de la cantidad final, mediante el modelo de barras.

29.

2

INTRODUCCION

El aprendizaje de las matemáticas en la Educación Básica Regular, particularmente en el nivel primario, constituye un desafío significativo para los sistemas educativos, debido a que en esta etapa se establecen las bases para el desarrollo de competencias fundamentales en los estudiantes. Durante los primeros años de escolaridad, los niños consolidan procesos vinculados al razonamiento lógico-matemático, los cuales resultan esenciales tanto para su desempeño académico como para la resolución de situaciones de la vida cotidiana. No obstante, diversas evaluaciones educativas evidencian que persisten dificultades en la comprensión y resolución de problemas matemáticos desde los niveles iniciales (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

En el contexto latinoamericano, los resultados de evaluaciones internacionales han puesto de manifiesto limitaciones en el desarrollo del pensamiento matemático. En el caso peruano, estos resultados evidencian brechas en comparación con otros países de la región, lo que revela la necesidad de fortalecer los aprendizajes desde los primeros grados de escolaridad. Aunque dichas evaluaciones se aplican en niveles superiores, sus resultados permiten inferir que las dificultades se originan en etapas tempranas, donde no se consolidan adecuadamente las habilidades matemáticas básicas (Olivares Coronado & Peinado Quispe, 2024).

Diversos estudios señalan que los estudiantes de educación primaria presentan dificultades en la resolución de problemas matemáticos, especialmente en la comprensión de enunciados, la identificación de relaciones entre cantidades y la aplicación de procedimientos adecuados para encontrar soluciones. Estas dificultades pueden afectar el desarrollo del pensamiento numérico y del razonamiento matemático, por lo que resulta necesario implementar estrategias didácticas que favorezcan la comprensión conceptual y el aprendizaje significativo de las matemáticas (Barrera, 2021).

Frente a esta problemática, resulta necesario incorporar estrategias didácticas que favorezcan un aprendizaje significativo de las matemáticas, especialmente aquellas que promuevan la comprensión a partir de representaciones concretas y visuales. En este marco, el modelo de barras, vinculado al enfoque del método Singapur, se presenta como una alternativa pedagógica pertinente, debido a que permite representar gráficamente las relaciones entre los datos de un problema, facilitando su comprensión y promoviendo el desarrollo del razonamiento lógico-matemático y el dominio de las operaciones básicas (Tapia& Murillo, 2020).

El sustento teórico de esta propuesta se vincula con enfoques centrados en la resolución de problemas, los cuales destacan la importancia de comprender, planificar y ejecutar estrategias de solución. Asimismo, el modelo de barras se articula con el enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto, que propone una progresión en el aprendizaje desde la manipulación de objetos hasta la representación simbólica, en concordancia con el desarrollo cognitivo de los estudiantes en los primeros grados (Bruner, 1966; Piaget & Inhelder, 1997).

En este contexto, la presente investigación, de enfoque descriptivo, parte de la premisa de que la implementación del modelo de barras favorece la comprensión de problemas aditivos y contribuye al desarrollo de las operaciones básicas en estudiantes de primer grado de educación primaria, al facilitar la organización de la información, la identificación de relaciones entre cantidades y la selección de procedimientos adecuados.

En función de ello, el objetivo general del estudio es analizar la implementación de la estrategia didáctica del modelo de barras en el desarrollo de las operaciones básicas matemáticas en estudiantes de primer grado de educación primaria. Como objetivos específicos, se plantea: (a) caracterizar las operaciones básicas y su enseñanza en el nivel primario, y (b) analizar la estrategia didáctica del modelo de barras y su efectividad en la enseñanza de dichas operaciones.

La relevancia del estudio radica en su contribución al fortalecimiento de las prácticas pedagógicas en el área de matemática, al promover el uso de estrategias que prioricen la comprensión sobre la memorización y que respondan a las características cognitivas de los estudiantes en los primeros años de escolaridad.

El trabajo se organiza en dos capítulos. El primero aborda los fundamentos teóricos relacionados con la resolución de

problemas aditivos y su didáctica, incluyendo la caracterización de los problemas, la distinción entre problema y ejercicio, y el análisis de estrategias didácticas como el enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto y el modelo de barras. El segundo capítulo desarrolla la relación entre la estrategia del modelo de barras y la comprensión de problemas aditivos, así como su efectividad en el desarrollo de las operaciones básicas, a partir del análisis de estudios y experiencias educativas.

CAPÍTULO I

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS Y SU DIDÁCTICA

La presente investigación se centra en el análisis de la estrategia didáctica del modelo de barras para la resolución de problemas aditivos en estudiantes de primer grado de educación primaria. En este contexto, se formula la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo influye la implementación de la estrategia didáctica del modelo de barras en la comprensión de problemas aditivos en estudiantes de primer grado de primaria?

En coherencia con esta interrogante, el objetivo principal consiste en analizar la implementación de dicha estrategia y su contribución al desarrollo del pensamiento lógico – matemático en los primeros años de escolaridad.

1.1 Caracterización de los problemas aditivos

La resolución de problemas matemáticos constituye uno de los principales retos del aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, debido a que exige no solo el dominio de procedimientos operativos, sino también la comprensión de los enunciados, la interpretación de la información y la capacidad para establecer relaciones entre las cantidades involucradas. En este sentido, la dificultad de los problemas aditivos no radica únicamente en realizar una suma o una resta, sino en comprender la situación planteada y seleccionar la operación adecuada.

Desde una perspectiva didáctica, los problemas aditivos pueden definirse como situaciones matemáticas en las que el estudiante establece relaciones entre dos o más cantidades para determinar una cantidad desconocida. Estas situaciones implican acciones como agregar, quitar, comparar o igualar, cuya resolución requiere comprender la estructura del problema antes de seleccionar la operación correspondiente (Van de Walle et al., 2013). Esta concepción pone de manifiesto que la enseñanza de los problemas aditivos debe orientarse al desarrollo de la comprensión y del razonamiento matemático, superando enfoques centrados únicamente en la aplicación mecánica de procedimientos.

De acuerdo con el Ministerio de Educación del Perú (2016), durante los primeros grados de primaria los estudiantes desarrollan competencias relacionadas con el uso de los números naturales, tales como contar, ordenar, comparar y resolver problemas de cantidad, consolidando así las bases del pensamiento matemático. Sin embargo, en la práctica educativa estas competencias no siempre se alcanzan, debido a que con frecuencia la enseñanza prioriza la repetición de algoritmos sobre la comprensión de los conceptos matemáticos (Van de Walle et al., 2013).

En este contexto, los problemas aditivos adquieren un importante valor formativo, ya que favorecen el desarrollo del razonamiento lógico, el análisis y la toma de decisiones mediante situaciones vinculadas con la vida cotidiana. Asimismo, resulta necesario diferenciar entre operación y algoritmo: mientras la operación expresa relaciones y significados matemáticos, el algoritmo constituye únicamente el procedimiento utilizado para resolverla (Rodríguez, 2011). Por ello, la enseñanza de las matemáticas en los primeros grados debe priorizar la comprensión de los conceptos y el uso de estrategias que favorezcan el razonamiento antes que la aplicación mecánica de procedimientos.

1.1.1. Tipos de problemas aditivos: suma y resta

Los problemas aditivos pueden clasificarse en función de las operaciones de suma y resta, así como de las relaciones que se establecen entre las cantidades involucradas. En el caso de la suma, estos pueden implicar la combinación de cantidades o el incremento de una cantidad inicial. Por su parte, los problemas de resta suelen asociarse con situaciones de comparación o disminución.

Esta clasificación resulta relevante desde el punto de vista didáctico, ya que permite comprender que no todos los problemas se resuelven de la misma manera, aun cuando involucren las mismas operaciones. En este sentido, el estudiante debe ser capaz de identificar la estructura del problema y no limitarse a reconocer palabras clave que lo lleven a aplicar una operación de manera automática.

Tabla 1

Clasificación de los problemas aditivos		
Tipo de problema	Características	Ejemplo
Cambio	Una cantidad aumenta o disminuye a partir de una situación inicial.	Ana tenía 5 caramelos y recibió 3 más.
Combinación	Dos o más cantidades se unen para formar un total.	Luis tiene 4 lápices verdes y 3 amarillos.
Comparación	Se establece una diferencia entre dos cantidades.	María tiene 8 libros y Juan 5.
Igualación	Una cantidad debe modificarse para igualar otra.	Pedro tiene 4 canicas y quiere tener las mismas que Luis, quien tiene 7.

Nota. Adaptado de Van de Walle et al. (2013).

La clasificación presentada evidencia que la resolución de problemas aditivos trasciende la aplicación de una operación matemática determinada. Cada tipo de problema plantea relaciones diferentes entre las cantidades, por lo que exige que el estudiante analice la estructura de la situación antes de decidir el procedimiento de resolución (Van de Walle et al., 2013).

Por ello, la enseñanza debe incorporar estrategias que permitan comprender dichas relaciones mediante situaciones contextualizadas y significativas, favoreciendo el desarrollo del razonamiento matemático y la construcción de aprendizajes con sentido.

1.1.2. Importancia de la comprensión de problemas aditivos en el aprendizaje matemático.

1,5

La comprensión de problemas aditivos constituye un elemento fundamental en el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, ya que contribuye al desarrollo de habilidades cognitivas esenciales como el razonamiento lógico y la resolución de problemas. En los primeros años de escolaridad, los estudiantes construyen las bases del pensamiento matemático mediante situaciones que implican comparar, agregar, quitar y relacionar cantidades, procesos que forman parte de su vida cotidiana.

En este sentido, la enseñanza de las operaciones matemáticas debe orientarse a la comprensión de su significado y su aplicación en contextos reales, y no limitarse únicamente a la ejecución de procedimientos mecánicos (Borrego, 2023). Cuando los estudiantes comprenden el significado de las operaciones matemáticas, son capaces de relacionarlas con situaciones de su entorno y utilizarlas para resolver problemas cotidianos. Esta comprensión favorece la construcción de aprendizajes significativos, ya que permite atribuir sentido a los procedimientos matemáticos y reconocer su utilidad en diversos contextos.

Asimismo, el trabajo con problemas aditivos permite comprender la estructura de los números y las relaciones entre ellos, constituyendo una base para aprendizajes matemáticos más complejos (Capote, 2022). En los primeros años de escolaridad, estas experiencias favorecen el desarrollo del pensamiento matemático temprano, fortaleciendo

habilidades como la comparación, la relación entre cantidades y la construcción del sentido numérico, aspectos fundamentales para el razonamiento lógico y la resolución de problemas (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

No obstante, diversos autores coinciden en señalar que una de las principales dificultades de los estudiantes de los primeros grados radica en la comprensión de los enunciados matemáticos y en la identificación de las relaciones existentes entre los datos de un problema. En muchos casos, los estudiantes pueden realizar correctamente una operación cuando esta se presenta de forma aislada, pero encuentran dificultades para determinar qué procedimiento utilizar cuando deben resolver una situación problemática contextualizada (Van de Walle et al., 2013). Esta situación evidencia que la dificultad no siempre se encuentra en el cálculo, sino en la comprensión del problema.

Desde el enfoque del desarrollo cognitivo, es importante considerar que los estudiantes de primer grado se encuentran en una etapa en la que el aprendizaje se construye a partir de experiencias concretas y representaciones visuales. Piaget e Inhelder (1997) señalan que, durante la etapa de las operaciones concretas, los niños desarrollan habilidades como la clasificación, la seriación y la conservación del número, capacidades que constituyen la base para la comprensión de las relaciones matemáticas.

Por esta razón, resulta necesario que la enseñanza de los problemas aditivos incorpore recursos concretos y representaciones visuales que faciliten la comprensión de los conceptos matemáticos, permitiendo a los estudiantes establecer conexiones entre las situaciones planteadas y las operaciones necesarias para resolverlas. Estas estrategias resultan especialmente relevantes en los primeros grados de primaria, donde el aprendizaje se apoya significativamente en la observación y la representación gráfica.

En este contexto, diversos autores destacan la importancia de emplear estrategias que faciliten la representación de las relaciones numéricas presentes en los problemas matemáticos. Entre ellas, el modelo de barras, desarrollado dentro del enfoque del método Singapur, constituye una herramienta que favorece la organización visual de la información y la comprensión de las relaciones parte-todo presente en los problemas aditivos (Rodríguez, 2011; Martín Cardaba, 2024).

.En conjunto, los aportes revisados permiten afirmar que la comprensión de problemas aditivos constituye uno de los pilares del aprendizaje matemático durante los primeros años de escolaridad. En consecuencia, resulta pertinente incorporar estrategias didácticas que favorezcan la representación de las relaciones entre cantidades y promuevan la comprensión de los problemas antes de la ejecución de procedimientos. Entre estas estrategias destaca el modelo de barras, cuyo análisis se desarrolla en los siguientes apartados.

1.2 Diferencia entre Problema y Ejercicio en la Educación Matemática

En el ámbito de la educación matemática, resulta fundamental diferenciar los conceptos de **problema** y **ejercicio** , ya que ambos implican procesos cognitivos distintos y cumplen funciones diferentes en el aprendizaje. Aunque en la práctica suelen utilizarse como sinónimos, desde una perspectiva didáctica presentan características claramente diferenciadas.

Un **problema** constituye una situación que plantea un desafío para el estudiante, en la que no existe un procedimiento inmediato para alcanzar la solución. Su resolución requiere comprender el contexto, identificar las relaciones entre los datos, seleccionar estrategias y tomar decisiones durante el proceso. En este sentido, un problema implica la existencia de un objetivo cuya vía de solución no resulta evidente, por lo que exige análisis, reflexión y razonamiento matemático (Díaz, 2018).

Por el contrario, un **ejercicio** consiste en una actividad orientada a la aplicación de procedimientos previamente aprendidos. Generalmente, el estudiante conoce la estrategia que debe emplear, por lo que su resolución se basa en la práctica y consolidación de algoritmos. Mientras el problema promueve la construcción de conocimientos y el desarrollo del pensamiento matemático, el ejercicio permite reforzar habilidades operativas y automatizar procedimientos.

Esta diferenciación adquiere especial importancia en la enseñanza de los problemas aditivos durante los primeros grados de educación primaria. En esta etapa, el propósito no es únicamente que los estudiantes aprendan a sumar o restar, sino que comprendan las relaciones entre las cantidades presentes en situaciones de cambio, combinación, comparación e igualación (Díaz, 2018). De este modo, las operaciones matemáticas adquieren significado al aplicarse en contextos cercanos a la realidad de los estudiantes.

En consecuencia, la enseñanza de las matemáticas deben priorizar la resolución de problemas como eje del aprendizaje, ya que esta favorece la comprensión de los conceptos, el desarrollo del razonamiento lógico-matemático

y la aplicación de los conocimientos en diversas situaciones. Los ejercicios continúan siendo necesarios dentro del proceso educativo; sin embargo, deben entenderse como un recurso para consolidar procedimientos y no como el propósito central de la enseñanza.

1.3 Estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas en educación primaria requiere estrategias didácticas que favorezcan la comprensión conceptual y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. Entre las propuestas más relevantes destaca el enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA), el cual plantea una progresión del aprendizaje desde la manipulación de objetos concretos hasta la representación simbólica, favoreciendo la construcción gradual de los conceptos matemáticos (Van de Walle et al., 2013). En este contexto, el modelo de barras constituye una estrategia de representación visual que facilita la comprensión de las relaciones entre las cantidades presentes en los problemas matemáticos.

Desde esta perspectiva, el uso de representaciones visuales se convierte en un recurso fundamental para la enseñanza de las matemáticas, especialmente en los primeros años de escolaridad. En este marco, el modelo de barras se posiciona como una estrategia didáctica eficaz, ya que permite representar gráficamente las relaciones entre las cantidades presentes en un problema, favoreciendo su comprensión.

1.3.1 El Enfoque CPA (Concreto - Pictórico - Abstracto) y el Método de Barras

El enfoque CPA se estructura en tres etapas interrelacionadas. En la fase concreta, los estudiantes interactúan con materiales manipulables que les permiten explorar y comprender las cantidades de manera tangible. Posteriormente, en la fase pictórica, se introducen representaciones gráficas que simbolizan dichas cantidades, facilitando la organización de la información. Finalmente, en la fase abstracta, los estudiantes utilizan símbolos matemáticos para representar y resolver los problemas (Van de Walle et al., 2013).

En este proceso, el modelo de barras cumple un rol clave dentro de la fase pictórica, ya que permite visualizar las relaciones entre los datos de un problema de forma estructurada. Según Urbano y Fernández (2016), esta herramienta favorece la comprensión de las relaciones numéricas al representar las cantidades mediante segmentos proporcionales, lo que facilita la identificación de la operación necesaria para su resolución.

1.3.2 Características del Modelo de Barras como estrategia didáctica

El modelo de barras constituye una de las principales estrategias didácticas del método Singapur para la enseñanza de las matemáticas en los primeros años de educación primaria. Su propósito es representar de manera visual las relaciones entre las cantidades presentes en un problema, facilitando que los estudiantes comprendan la situación antes de seleccionar la operación matemática correspondiente. De esta manera, el aprendizaje se orienta hacia la comprensión de los conceptos y no únicamente hacia la obtención de resultados (Rodríguez, 2011).

Según Gutiérrez (como se citó en Rivera y Ahumada, 2019), esta estrategia didáctica se sustenta en tres principios fundamentales. El primero corresponde al enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA), que propone una progresión desde la manipulación de materiales concretos hasta la representación simbólica. El segundo es el currículo en espiral, mediante el cual los contenidos se presentan de forma gradual de acuerdo con el desarrollo cognitivo del estudiante. Finalmente, la variación sistemática favorece que los alumnos aprendan distintas formas de representar y resolver una misma situación matemática, promoviendo la flexibilidad del pensamiento.

A partir de estos fundamentos, el modelo de barras trasciende el uso de un simple recurso gráfico y se consolida como una estrategia didáctica que favorece la construcción progresiva del conocimiento matemático. Martín Cardaba (2024) sostiene que la representación visual facilita la comprensión de las relaciones entre las cantidades antes de realizar cualquier procedimiento de cálculo, fortaleciendo la comprensión conceptual de los problemas matemáticos.

En este contexto, las principales características del modelo de barras como estrategia didáctica son las siguientes:

Representación visual de la información

El modelo de barras transforma la información del problema en una representación gráfica que facilita la identificación de las relaciones entre las cantidades. Esta visualización reduce el nivel de abstracción y permite comprender la estructura del problema antes de realizar cualquier procedimiento matemático (Rodríguez, 2011).

Organización de la información

La representación mediante segmentos facilita la organización de los datos y la identificación de la incógnita, permitiendo descomponer situaciones complejas en relaciones más simples. Esta característica favorece el análisis de la información y la planificación de estrategias para resolver el problema (Martín Cardaba, 2024).

Comprensión conceptual

A diferencia de los enfoques centrados en la memorización de algoritmos, el modelo de barras promueve la comprensión del significado de las operaciones matemáticas. Los estudiantes construyen el sentido de la suma y la resta a partir de las relaciones representadas, favoreciendo aprendizajes más significativos y duraderos (Camacho & García, 2019).

Desarrollo del razonamiento lógico-matemático

La representación gráfica exige analizar, comparar e interpretar las relaciones entre las cantidades antes de resolver el problema. Este proceso fortalece habilidades de razonamiento, inferencia y toma de decisiones, indispensables para la resolución de problemas matemáticos (Tapia & Murillo, 2020).

Relación con el enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto

El modelo de barras constituye el puente entre la manipulación de materiales concretos y el uso de representaciones simbólicas. Esta progresión facilita el tránsito del pensamiento concreto hacia formas de razonamiento más abstractas, respetando las características cognitivas de los estudiantes de los primeros grados (Rodríguez, 2011).

Contribución a la resolución de problemas aditivos

El modelo de barras facilita la identificación de las relaciones entre las cantidades involucradas en un problema y orienta la selección de la operación adecuada. De este modo, la resolución deja de depender de palabras clave y pasa a fundamentarse en la comprensión de la estructura matemática del problema (Martín Cardaba, 2024).

En conjunto, estas características evidencian que el modelo de barras constituye una estrategia didáctica que favorece la comprensión de las relaciones matemáticas, la organización de la información y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. En consecuencia, su utilización resulta pertinente para fortalecer la comprensión de problemas aditivos en los primeros grados de educación primaria. Su implementación en el aula requiere una planificación progresiva y un acompañamiento docente, aspectos que se desarrollan en el siguiente apartado.

1.3.2.1 Implementación del modelo de barras en el aula

La implementación del modelo de barras en el aula constituye un proceso pedagógico que requiere una planificación gradual, coherente con el desarrollo cognitivo de los estudiantes de los primeros grados de educación primaria. Su aplicación debe iniciarse mediante situaciones sencillas que favorezcan la comprensión de la representación gráfica de las cantidades y avanzar progresivamente hacia problemas de mayor complejidad.

Durante este proceso, el docente asume un papel fundamental como mediador del aprendizaje, orientando a los estudiantes en la interpretación del problema, la representación de las cantidades mediante diagramas de barras y la selección de estrategias de resolución. Rivera y Ahumada (2019) sostienen que el uso del modelo de barras favorece la construcción progresiva del pensamiento matemático cuando se desarrolla mediante actividades planificadas y procesos permanentes de retroalimentación.

La secuencia de implementación responde al principio de progresión del aprendizaje, según el cual los estudiantes

requieren transitar desde situaciones de mayor apoyo docente hacia escenarios de resolución autónoma. Esta organización favorece la construcción gradual de la comprensión matemática y el desarrollo de estrategias para resolver problemas de manera independiente.

Desde una perspectiva pedagógica, la implementación del modelo de barras puede organizarse en cuatro momentos fundamentales.

Introducción del modelo

En esta primera etapa, el docente presenta el modelo de barras mediante situaciones sencillas y cercanas a la realidad de los estudiantes. El propósito es que comprendan que las barras representan cantidades y permiten visualizar las relaciones entre ellas antes de realizar cualquier operación matemática (Rojas, 2020).

Práctica guiada

Una vez comprendida la representación gráfica, los estudiantes resuelven problemas con el acompañamiento del docente, quien orienta la interpretación del enunciado, la organización de los datos y la construcción del diagrama correspondiente. Esta etapa permite consolidar la comprensión del procedimiento y reducir los errores derivados de una interpretación inadecuada del problema (Quilca Terán, 2021).

Práctica independiente

Posteriormente, los estudiantes aplican el modelo de barras de manera autónoma en la resolución de nuevos problemas. Esta fase favorece la consolidación del aprendizaje, el desarrollo de la confianza y la transferencia de las estrategias adquiridas hacia situaciones matemáticas diversas (Ministerio de Educación del Perú, 2017).

Evaluación y retroalimentación

Finalmente, el docente evalúa tanto el resultado obtenido como el proceso seguido para representar y resolver el problema. La retroalimentación permite identificar fortalezas y dificultades, favoreciendo la mejora continua de la comprensión conceptual y de las estrategias utilizadas por los estudiantes (Jiménez González, 2016).

En conjunto, la implementación del modelo de barras requiere una intervención pedagógica planificada que integre la representación visual, la mediación docente y la práctica progresiva. Estos elementos favorecen la comprensión de las relaciones matemáticas y preparan a los estudiantes para resolver problemas de manera autónoma, constituyéndose en una estrategia pertinente para la enseñanza de los problemas aditivos en los primeros grados de educación primaria.

1.3.3 Efectividad del Modelo de Barras

La efectividad de una estrategia didáctica se refiere a su capacidad para favorecer el logro de los aprendizajes previstos mediante procedimientos acordes con las características y necesidades de los estudiantes. En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, una estrategia es considerada efectiva cuando facilita la comprensión de los conceptos, promueve el razonamiento y contribuye al desarrollo de competencias para resolver problemas. En este sentido, diversos estudios describen que el modelo de barras constituye una estrategia didáctica que favorece la comprensión de las relaciones entre las cantidades y la interpretación de los problemas matemáticos (Tapia & Murillo, 2020).

La literatura especializada coincide en señalar que la efectividad del modelo de barras radica en su capacidad para representar gráficamente la información contenida en un problema, permitiendo que los estudiantes organicen los datos antes de seleccionar la operación matemática correspondiente. Rodríguez (2011) sostiene que esta estrategia reduce el nivel de abstracción de los problemas al facilitar la visualización de las relaciones entre las cantidades. De manera similar, Camacho y García (2019) destacan que el modelo de barras promueve un aprendizaje significativo al priorizar la comprensión conceptual sobre la memorización de algoritmos.

Asimismo, Martín Cardaba (2024) señala que la representación mediante barras favorece el desarrollo progresivo del razonamiento lógico-matemático, ya que los estudiantes analizan la estructura del problema antes de ejecutar operaciones. Por su parte, Tapia y Murillo (2020) indican que esta estrategia fortalece la capacidad para identificar relaciones parte-todo, comparar cantidades y seleccionar procedimientos de resolución adecuados, contribuyendo al

desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos en distintos contextos.

A partir de los aportes revisados, es posible sintetizar los principales aspectos que sustentan la efectividad del modelo de barras como estrategia didáctica.

Tabla 2

Principales aportes del modelo de barras según la literatura revisada

Aspecto	**Contribución pedagógica**
Comprensión conceptual	Favorece la comprensión de la estructura de los problemas antes de realizar operaciones matemáticas.
Representación visual	Permite organizar gráficamente las relaciones entre las cantidades involucradas en el problema.
Razonamiento lógico-matemático	Promueve el análisis, la comparación y la toma de decisiones durante la resolución de problemas.
Aprendizaje significativo	Facilita la construcción de conceptos matemáticos mediante representaciones visuales vinculadas con situaciones reales.
Resolución de problemas	Orienta la selección de estrategias adecuadas para resolver problemas aditivos de manera comprensiva.

Nota. Elaboración propia a partir de Rodríguez (2011), Camacho y García (2019), Tapia y Murillo (2020) y Martín Cardaba (2024).

En conjunto, los estudios revisados describen al modelo de barras como una estrategia didáctica que favorece la comprensión de los problemas aditivos al facilitar la representación visual de las relaciones entre las cantidades y promover el desarrollo del razonamiento lógico-matemático. Si bien los resultados de las investigaciones analizadas corresponden a distintos contextos educativos, existe consenso en reconocer que esta estrategia contribuye a fortalecer la comprensión conceptual de las matemáticas durante los primeros años de escolaridad. Por ello, el modelo de barras constituye un recurso pedagógico pertinente para la enseñanza de la resolución de problemas aditivos en estudiantes de primer grado de educación primaria.

CAPÍTULO II

LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN EL MODELO DE BARRAS EN LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS

2.1. Relación entre la estrategia didáctica del modelo de barras y la comprensión de problemas aditivos

En el ámbito de la educación matemática, las estrategias didácticas cumplen un rol fundamental en la construcción de aprendizajes significativos, especialmente en los primeros años de escolaridad. En este contexto, la comprensión de problemas aditivos no depende únicamente del dominio de algoritmos, sino de la capacidad del estudiante para interpretar, representar y relacionar los datos presentes en una situación problemática.

Desde un enfoque descriptivo, se reconoce que existe una relación directa entre el uso de estrategias didácticas basadas en representaciones visuales y el desarrollo de la comprensión matemática en estudiantes de educación primaria. En este sentido, los lineamientos curriculares enfatizan la necesidad de articular procedimientos matemáticos, conocimientos conceptuales y el contexto del estudiante como elementos esenciales para el aprendizaje (Martin Cárdaba, 2024).

Asimismo, el desarrollo de competencias matemáticas se estructura en torno a procesos como el razonamiento, la resolución de problemas, la representación, la comunicación y la conexión entre conceptos, los cuales orientan las prácticas pedagógicas hacia un enfoque más comprensivo e integral (Martin Cárdaba, 2024). Desde esta perspectiva, la enseñanza de las matemáticas trasciende la memorización de procedimientos, priorizando la construcción de significados a partir de la interacción con situaciones reales.

En este marco, el modelo de barras se presenta como una estrategia didáctica que favorece la representación gráfica de los problemas aditivos, permitiendo a los estudiantes organizar la información, identificar relaciones entre cantidades y seleccionar adecuadamente las operaciones necesarias para su resolución.

Dado el carácter descriptivo del presente estudio, no se busca establecer relaciones causales, sino analizar cómo la implementación del modelo de barras se vincula con la comprensión de problemas aditivos, a partir de la revisión de experiencias pedagógicas, estudios previos y fundamentos teóricos.

La relación entre el modelo de barras y la comprensión de problemas aditivos puede evidenciarse durante la aplicación de esta estrategia en el aula. Para ello, el estudiante desarrolla un proceso que comprende la lectura y comprensión del problema, la identificación de los datos relevantes y de la incógnita, la representación gráfica de las cantidades mediante barras y el análisis de las relaciones existentes entre ellas. A partir de esta representación visual, el estudiante puede seleccionar la operación adecuada y resolver el problema de manera más comprensiva.

De forma general, la aplicación del modelo de barras sigue las siguientes etapas:

a) **Lectura y comprensión del problema:** El estudiante identifica la situación planteada y reconoce la información relevante contenida en el enunciado.

b) **Identificación de datos e incógnita:** Se determinan las cantidades conocidas y aquello que se desea encontrar.

c) **Representación de las cantidades mediante barras:** Las cantidades se representan gráficamente utilizando segmentos o barras que permiten visualizar sus relaciones.

d) **Análisis de las relaciones entre las cantidades:** El estudiante interpreta la información representada y establece comparaciones o relaciones entre los datos.

e) **Selección de la operación correspondiente:** A partir de la representación gráfica, se determina la operación matemática necesaria para resolver el problema.

f) **Resolución y verificación de la respuesta:** Se obtiene la respuesta y se comprueba su coherencia con la situación planteada.

2.1.1. Cómo el modelo de barras facilita la comprensión de los problemas aditivos

El modelo de barras constituye una estrategia didáctica basada en la representación visual de cantidades y relaciones matemáticas, lo que facilita la comprensión de problemas en los primeros niveles de la educación primaria. Su uso se vincula con enfoques pedagógicos centrados en la resolución de problemas, particularmente con las estrategias heurísticas propuestas por autores clásicos.

En este sentido, la enseñanza de la resolución de problemas se fundamenta en procesos como la comprensión del enunciado, la planificación de una estrategia, la ejecución del procedimiento y la verificación de resultados, los cuales permiten desarrollar un pensamiento matemático más reflexivo (Polya, 1945, como se citó en Rivera y Ahumada, 2019).

Desde el punto de vista del desarrollo cognitivo, los estudiantes de primer grado se encuentran en una etapa en la

que requieren apoyos concretos y visuales para comprender conceptos abstractos. En este contexto, el modelo de barras facilita el tránsito del pensamiento concreto al pictórico, permitiendo que los estudiantes representen gráficamente la información y establezcan relaciones entre los datos del problema.

Asimismo, el currículo de matemáticas basado en el enfoque de Singapur integra componentes como conceptos, habilidades, procesos y metacognición, los cuales se articulan en la resolución de problemas (Rivera y Ahumada, 2019). El modelo de barras se inserta dentro de este enfoque como una herramienta que promueve la comprensión profunda de las operaciones matemáticas.

En consecuencia, su implementación en el aula contribuye a que los estudiantes desarrollen habilidades de representación, interpretación y razonamiento, fundamentales para la comprensión de problemas aditivos.

2.1.2 Análisis de casos de éxito en la implementación del modelo de barras

La validez pedagógica del modelo de barras trasciende las formulaciones estrictamente teóricas, hallando un sólido respaldo en las evidencias empíricas acumuladas a nivel global a partir de la implementación del Método Singapur. Al respecto, diversos estudios internacionales e iniciativas de innovación curricular coinciden en que la incorporación de estas representaciones gráficas general un impacto bidimensional en las aulas: por un lado, optimiza significativamente el rendimiento cognitivo al momento de resolver un problema y, por otro, transforma de manera positiva la actitud, el interés y la confianza de los estudiantes frente al aprendizaje de las matemáticas.

A nivel global, el referente pionero en la implementación exitosa de esta metodología es el propio sistema educativo de Singapur. Tras una reestructuración curricular a inicios de la década de 1990, orientada a que todos los estudiantes lograran un razonamiento matemático sólido, garantizando el éxito escolar sin importar su nivel de conocimiento previo, el país evidenció mejoras significativas en plazos breves. En evaluaciones de alta exigencia internacional como el estudio TIMSS (*trends in International Mathematics and Science Study),* los estudiantes de esta nación han ocupado de manera sostenida los primeros lugares de rendimiento. De hecho, los reportes internacionales indican que una proporción mayoritaria de sus alumnos de educación primaria se posiciona en los niveles más avanzados de resolución de problemas marcando una distancia considerable frente a los promedios globales.

El impacto positivo del modelo de barras ha impulsado su rápida transferencia a diversos sistemas educativos a nivel internacional y regional. Los análisis derivados de estas experiencias de implementación confirman que una de las mayores fortalezas de esta estrategia radica en su alto potencial inclusivo y su capacidad para promover la equidad en el aprendizaje. El soporte gráfico actúa como un puente cognitivo que permite a los estudiantes de rendimiento promedio alcanzar desempeños sobresalientes y, de manera crucial, facilita que aquellos alumnos con dificultades matemáticas logren un nivel de competencia óptimo para desenvolverse en situaciones cotidianas. En concordancia con los fundamentos teóricos de Jerome Bruner (1966), esto se debe a que el modelo rompe con la tradición de la memorización de fórmulas y algoritmos, priorizando en su lugar la representación pictórica para la construcción de significados conceptuales sólidos (Zapatera, 2020)

Así mismo, investigaciones aplicadas directamente en el aula de Educación Primaria corroboran un impacto directo en el desarrollo cognitivo infantil. En propuestas de innovación enfocadas en la transición del cálculo elemental a la resolución de problemas de suma y resta, se ha registrado que una parte significativa de los estudiantes interioriza y ejecuta las actividades de modelado con notable soltura y autonomía. Los datos cualitativos demuestran que el uso continuo de segmentos visuales permite al alumnado llegar con éxito hacia el pensamiento abstracto. No obstante, los investigadores advierten que para consolidar estos resultados es necesario un proceso continuo de práctica guiada en el uso de las barras, garantizando que el diseño gráfico de las relaciones numéricas se automatice, disminuya el error procedimental y otorgue al estudiante confianza y precisión en sus respuestas.

Para sintetizar los hallazgos documentados y los casos de éxito, se presentan las siguientes dimensiones del impacto pedagógico del modelo de barras:

· Rendimiento en evaluaciones estandarizadas: Los estudiantes bajo este enfoque alcanzan puntuaciones destacadas en pruebas internacionales de prestigio como TIMSS y PISA, evidenciando un alto nivel de logro en el razonamiento lógico y resolución de problemas complejos.

· Equidad y accesibilidad en el aula: El aporte visual de las barras actúa como un andamiaje cognitivo fundamental que equilibra las oportunidades de aprendizaje, permitiendo a los alumnos que presentan dificultades superar y

consolidar las competencias matemáticas esenciales.

· Tránsito progresivo hacia la abstracción: Optimiza la transición entre la manipulación concreta y la representación simbólica, facilitando que la gran mayoría de los estudiantes asimile nociones matemáticas completas de manera significativa.

· Mitigación del error interpretativo: Al requerir que el estudiante organice y grafique las relaciones entre los datos antes de ejecutar cualquier operación, se neutraliza la posibilidad de aplicar sumas o restas de forma mecánica a partir de palabras clave aisladas del anunciado.

2.2. Efectividad del Modelo de Barras en el Desarrollo de Operaciones Básicas

Para comprender la eficacia del modelo de barras en el primer grado de educación primaria, es fundamental analizar la naturaleza estructural de los Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV). La didáctica de la matemática establece que las principales dificultades de los estudiantes no radican en la ejecución del cálculo numérico aislado, sino en la decodificación y comprensión de las relaciones semánticas presentes en el enunciado. Dentro de la categorización de los problemas aditivos de una sola operación, las estructuras de Cambio y Combinación constituyen los pilares cognitivos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático (Zapatera, 2020).

2.2.1 Análisis pedagógico en problema de cambio: Incremento de la cantidad final.

Los problemas de cambio poseen una naturaleza esencialmente dinámica, lo que implica que las situaciones descritas introducen una transformación de las cantidades a lo largo del tiempo. Esta estructura se articula en una secuencia cronológica estricta compuesta por tres momentos diferenciados: una cantidad inicial, una acción de transformación y una cantidad final resultante.

En el primer grado de primaria, la subestructura de **Cambio 1 (Incremento de la cantidad final)** parte de un valor inicial conocido que experimenta una acción de aumento lo que da lugar a una cantidad final desconocida y mayor. Esta categoría se refleja de forma natural en situaciones cotidianas como ganar, recibir o agregar elementos a una colección previa. Desde un enfoque didáctico, el modelo de barras aborda este reto de forma lineal: el estudiante dibuja una barra base que representa el estado inicial y, justo a continuación, añade un segmento complementario para reflejar el cambio positivo. Esta progresión visual ilustra con total claridad la relación parte-todo, ayudando al alumno a comprender intuitivamente que la longitud total de la barra representa la suma de ambos momentos, lo cual facilita su tránsito hacia el algoritmo formal de la adición.

Para ejemplificar esta estructura, se plantea la siguiente situación:

"Ana tiene 5 caramelos. Su mamá le regala 3 caramelos más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora?"

En una primera fase, los estudiantes identifican los datos del problema (5 caramelos y 3 caramelos) y la incógnita planteada. Posteriormente, se procede a la representación mediante el modelo de barras, en la cual se dibuja una barra que representa la cantidad inicial (5 unidades) y se añade un segmento adicional que representa la cantidad agregada (3 unidades).

A través de esta representación, los estudiantes logran visualizar la relación "parte-parte-todo", lo que facilita la comprensión de que la operación necesaria es una suma. Finalmente, se obtiene el resultado total de 8 caramelos.

Figura 1 : Representación del problema mediante el modelo de barras

Nota. Elaboración propia.

Durante el desarrollo de la actividad, el docente orienta el proceso mediante preguntas que favorecen la reflexión, tales como: ¿qué cantidad se tiene al inicio?, ¿qué cantidad se añade?, y ¿qué representa la totalidad de la barra?

Desde una perspectiva descriptiva, se observa que el uso del modelo de barras permite a los estudiantes organizar la información, comprender la relación entre las cantidades y representar gráficamente el problema antes de resolverlo de manera simbólica. Asimismo, esta estrategia favorece el tránsito del pensamiento concreto al pictórico, facilitando la comprensión de las operaciones básicas en estudiantes de primer grado.

2.2.2 Análisis pedagógico en problema de combinación: Relación parte - todo.

A diferencia de las estructuras dinámicas, los problemas de combinación se caracterizan por presentar situaciones completamente estáticas, donde dos o más cantidades independientes, llamadas "partes", se relacionan para formar una colección unificada denominada "todo". En esta tipología no existen acciones temporales ni modificaciones en los datos; las cantidades coexisten simultáneamente en el espacio. Desde un enfoque didáctico, estos problemas se subdividen según la ubicación de la incógnita:

· **Combinación 1 (Búsqueda del todo):** En este escenario se conocen los valores de las partes y se solicita determinar la cantidad total. Ante esto, el modelo de barras se presenta como una única barra longitudinal dividida en proporciones equivalentes a cada dato conocido. Al observar los bloques juntos, el estudiante comprende que la acción requerida para hallar la extensión total es la adición.

· **Combinación 2 (Búsqueda de una parte):** Aquí el enunciado provee el valor del "todo" y de una de las "partes", siendo la incógnita el valor de la parte restante. Para un estudiante de primer grado, esta estructura suele ser más desafiante debido a su tendencia natural de sumar todos los números que aparecen en el texto. En este caso, el modelo de barras actúa como un excelente organizador visual: al dibujar la barra completa con el valor del todo y delimitar la sección de la parte conocida, el espacio vacío restante evidencia visualmente que se debe aplicar una sustracción, otorgando un significado conceptual directo a la operación de la resta.

Para ilustrar la Búsqueda del Todo (Combinación 1), se presenta la siguiente situación:

"Luis tiene en su cartuchera 4 lápices de color verde y 3 lápices de color amarillo. ¿Cuántos lápices tiene en total?"

En una primera fase, los estudiantes identifican los datos explícitos de la situación (4 lápices verdes y 3 lápices verdes), reconociendo que la incógnita planteada corresponde a la reunión de ambas colecciones. Posteriormente, se procede a la representación mediante el método de barras. Se grafica una barra dividida en dos segmentos proporcionales: el primero represente la cantidad de la primera parte (4 unidades) y el segundo segmento representa la cantidad de la segunda parte (3 unidades).

A través de esta representación pictórica, los estudiantes logran visualizar la relación "parte – parte – todo" de forma simultánea, lo que facilita la comprensión de que la operación pertinente para hallar el todo es una adición. Finalmente, mediante el conteo y la correspondencia, se obtiene el resultado total de 7 lápices.

Figura 2 : Representación del problema de combinación mediante el método de barras

Nota. Elaboración propia.

Durante el desarrollo de la sesión, el docente orienta el proceso de análisis mediante preguntas heurísticas que favorecen la reflexión, tales como: ¿Qué representa el primer segmento de la barra?, ¿Qué representa el segundo segmento?, y ¿Qué operación debemos realizar si queremos conocer el valor de la barra completa?

Desde una perspectiva descriptiva, se observa que el modelo de barras permite a los estudiantes de primer grado organizar colecciones estáticas y comprender que el todo está compuesto por la suma de sus partes, evitando la ejecución mecánica de algoritmos.

2.2.3 Análisis pedagógico en problema de cambio: Disminución de la cantidad final.

La subestructura de Cambio 2 (Disminución de la cantidad final) describe una situación donde la cantidad de partida sufre una acción de pérdida, consumo o separación, resultando en una cantidad final que es lógicamente menor que la inicial. Los enunciados que implican perder objetos, romper elementos o regalar pertenencias configuran este tipo de problema.

Para el alumno de primer grado, el modelo de barras se convierte se convierte en una herramienta visual de gran ayuda en este escenario. El estudiante dibuja una barra completa que representa el total o punto de partida de la situación. Posteriormente, sobre esa misma figura, realiza una acción gráfica de delimitación o tachado para señalar la porción que se ha perdido o retirado. Al observar la reducción física de la barra, el alumno deduce de forma lógica que la parte que queda libre representa la incógnita. De este modo, asimila el concepto de la sustracción de manera pictórica antes de pasar al uso formal de los números y el signo de la resta.

Como modelo práctico, analizamos la siguiente situación didáctica:

"Tomás tiene 7 globos para su fiesta. En la tarde se le revientan 3 globos. ¿Cuántos globos le quedan ahora?"

En la fase inicial, los estudiantes identifican la situación dinámica: reconocen la cantidad inicial (7 globos), el cambio que implica una perdida (3 globos reventados) y la incógnita enfocada en la cantidad final. Luego, se realiza la representación mediante el modelo de barras, la barra longitudinal completa que simboliza el "todo" inicial (7 unidades). Sobre esta misma barra, se delimita o tacha un segmento equivalente a la cantidad que disminuyó (3 unidades).

A través de esta representación, los estudiantes logran comprender la relación inversa del "parte – todo". Al observar que conocen el todo (7) y una de las partes (3), deducen de forma intuitiva que el espacio libre o restante representa la cantidad final desconocida, facilitando la comprensión de que la operación necesaria es una sustracción. Como resultado del proceso, se determina que quedan 4 globos.

Figura 3: Representación del problema de cambio: disminución de la cantidad final, mediante el modelo de barras.

Nota. Elaboración propia.

En esta actividad, la mediación docente se efectúa a través de interrogantes que guían el razonamiento lógico: ¿Cuántos globos se tenían al principio?, ¿La barra final debe ser más larga o más corta que la inicial?, y ¿Qué operación nos permite descubrir el espacio de la barra que quedó libre?

A partir de lo observado se describe que el uso del modelo de barras actúa como un mediador cognitivo eficaz en la sustracción, ya que permite al estudiante de primer grado “observar” la acción de quitar y asimilar el significado conceptual de la resta antes de transitar a la representación simbólica.

Como cierre, se presenta el siguiente cuadro sintético que resume las acciones asociadas a cada estructura estudiada:

Tabla 3

Clasificación semántica de los problemas aditivos de Combinación y Cambio.

Estructura Matemática	**Dimensión Temporal**	**Relación de las cantidades**	**Acción Asociada en el Modelo de Barras**
Combinación 1	Estática (Sin variación)	Partes conocidas/ Todo desconocido	Unión de segmentos en una barra única para hallar la longitud total.
Combinación 2	Estática (Sin variación)	Todo y una parte conocidos / Parte desconocida	Identificación de la sección faltante dentro de una barra total prefijada.
Cambio 1 (Incremento)	Dinámica (Evolución temporal)	Estado inicial aumenta / Estado final desconocido.	Extensión longitudinal de la barra inicial agregando un nuevo bloque contiguo.
Cambio 2 (Disminución)	Dinámica (Evolución temporal)	Estaco inicial disminuye / Estado final desconocido	Delimitación o eliminación visual de un fragmento dentro de la barra inicial.

Nota. Elaboración propia a partir de las tipologías analizadas por Zapatera (2020) y Ramos (2023)

2.3 Contribución del modelo de barras a las operaciones básicas en el primer grado

A partir del análisis teórico desarrollado, es posible identificar diversas contribuciones del modelo de barras en el aprendizaje de las operaciones básicas durante los primeros años de educación primaria. Estas contribuciones se relacionan con el desarrollo del razonamiento lógico-matemático, la comprensión de las operaciones y la resolución de problemas aditivos.

Contribución al razonamiento lógico-matemático

El modelo de barras favorece el desarrollo del razonamiento lógico-matemático al permitir que los estudiantes analicen las relaciones existentes entre las cantidades representadas. La observación y comparación de los segmentos facilita la identificación de patrones, la formulación de inferencias y la toma de decisiones respecto a la estrategia más adecuada para resolver una situación problemática. De esta manera, los estudiantes construyen progresivamente formas de pensamiento más organizadas y reflexivas.

Contribución a la comprensión de las operaciones básicas

La representación gráfica de las cantidades facilita la comprensión del significado de las operaciones de suma y resta. En lugar de memorizar procedimientos, los estudiantes pueden visualizar las relaciones entre las partes y el todo, comprendiendo cómo las cantidades se agregan, se comparan o se separan. Esta característica favorece una comprensión conceptual de las operaciones matemáticas y fortalece la construcción del sentido numérico.

Contribución a la resolución de problemas aditivos

El modelo de barras contribuye a la resolución de problemas aditivos al organizar visualmente la información contenida en los enunciados. Esta representación permite identificar con mayor claridad los datos conocidos, la incógnita y las relaciones existentes entre las cantidades. Como consecuencia, los estudiantes pueden seleccionar con mayor seguridad la operación necesaria para resolver el problema y verificar la coherencia de sus respuestas.

6,7

Asimismo, esta estrategia facilita el tránsito del pensamiento concreto al abstracto, ya que las representaciones gráficas actúan como un puente entre la manipulación de objetos y el uso de símbolos matemáticos. Este aspecto resulta especialmente relevante en estudiantes de primer grado,

quienes requieren apoyos visuales para comprender conceptos matemáticos cada vez más complejos.

En síntesis, el modelo de barras constituye una estrategia didáctica que favorece el desarrollo de las operaciones básicas mediante la comprensión conceptual, la representación visual y el fortalecimiento del razonamiento lógico-matemático. Estas características sustentan su relevancia como recurso pedagógico para la enseñanza de problemas aditivos en el primer grado de educación primaria.

CONCLUSIONES

· La revisión teórica realizada permite concluir que los problemas aditivos constituyen un componente fundamental del aprendizaje matemático en el primer grado de educación primaria, debido a que favorecen el desarrollo del razonamiento lógico-matemático, la comprensión de las relaciones entre cantidades y la construcción progresiva del pensamiento numérico. Su enseñanza requiere ir más allá de la aplicación mecánica de algoritmos, promoviendo la interpretación y el análisis de situaciones problemáticas contextualizadas.

· El análisis de la literatura especializada evidencia que existe una diferencia sustancial entre un ejercicio y un problema matemático. Mientras los ejercicios se orientan a la práctica de procedimientos previamente conocidos, los problemas demandan procesos de comprensión, razonamiento y toma de decisiones. En consecuencia, la enseñanza de las matemáticas debe priorizar la resolución de problemas como medio para favorecer aprendizajes significativos y el desarrollo de competencias matemáticas.

· Las estrategias didácticas basadas en el enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA) resultan pertinentes para la enseñanza de las matemáticas en los primeros años de escolaridad, ya que facilitan la transición desde experiencias concretas hacia formas de representación y pensamiento más abstractas. En este marco, el modelo de barras constituye una estrategia que favorece la representación visual de las relaciones matemáticas presentes en los problemas aditivos.

· El análisis descriptivo de estudios y experiencias pedagógicas revisadas permite concluir que el modelo de barras contribuye a la comprensión de los problemas aditivos al facilitar la organización de la información, la identificación de relaciones parte–todo y la representación gráfica de las cantidades involucradas. Asimismo, favorece procesos de razonamiento matemático que ayudan a los estudiantes a seleccionar estrategias de solución de manera más comprensiva.

· En relación con el objetivo general de la investigación, se concluye que la estrategia didáctica del modelo de barras constituye un recurso pedagógico pertinente para la enseñanza de problemas aditivos en el primer grado de educación primaria. u valor educativo radica en que promueve la comprensión, la representación y el razonamiento lógico-matemático, contribuyendo al desarrollo progresivo de competencias matemáticas acordes con las características cognitivas de los estudiantes de esta etapa escolar.

REFERENCIAS:

Banda, T. G. (2024). *Efectos del uso del método Singapur en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de cantidad" en estudiantes de primer grado de primaria* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Cajamarca].

Barrera, J. A. (2021). Resolución de problemas, pensamiento numérico y variacional en básica primaria: una revisión.

Revista Boletín Redipe, 10(8), 363–376. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1409

Borrego, A., Chapa, M., & Livas, P. (2023). Enseñanza de la matemática en primer grado desde la experiencia docente. En *XVII Congreso Nacional de Investigación Educativa* . https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v17/doc/1528.pdf

Bruner, J. S. (1966). *Hacia una teoría de la instrucción* . Narcea.

Camacho, J. B. R., & García, F. N. A. (2019). El método Singapur como estrategia para favorecer competencias matemáticas en educación primaria. *Educando para educar* , 20(37), 66–69. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7186600

Capote, M. (2022). *Didáctica de la matemática para la educación primaria con enfoque desarrollador* . Ciudad Educativa.

Díaz, R. (2023). *Trabajo académico para optar el título de segunda especialidad en enseñanza de comunicación y matemática en el II y III ciclo de EBR* [Tesis de grado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. https://tesis.pucp.edu.pe/server/api/core/bitstreams/aca29d30-26c3-459d-b129-2dac960d7987/content

Jiménez González, A. (2016). Las estrategias didácticas y su papel en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Educateconciencia* , 9(10), 107–112. https://tecnocientifica.com.mx/volumenes/V9N10A7.pdf

Martín Cardaba, S. (2024). *La resolución de problemas a través del modelo de barras del método Singapur* [Trabajo de grado, Universidad de Valladolid]. https://uvadoc.uva.es/handle/10324/68500

Ministerio de Educación del Perú. (2015). *Rutas del aprendizaje: Matemática* . https://www.minedu.gob.pe

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo nacional de la educación básica* . https://www.minedu.gob.pe

Olivares Coronado, C. I., & Peinado Quispe, A. (2024). Análisis documental del currículo nacional de la educación básica regular peruana. *Revista Conciencia EPG* , 9(2), 10–27. https://doi.org/10.32654/revistaconcienciaepg

Piaget, J., & Inhelder, B. (1997). *Psicología del niño* (14.ª ed.). Morata.

Quilca Terán, M. S. (2021). Estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en educación inicial. *Revista Horizontes* , 5(19), 826–839. https://repositorio.cidecuador.org/bitstream/123456789/1040/1/Articulo_16_Horizontes_N19V5.pdf

Ramos, A. (2023). *Efecto del método Singapur en la enseñanza de habilidades matemáticas en segundo grado de primaria* [Tesis de maestría, Universidad Femenina del Sagrado Corazón]. http://hdl.handle.net/20.500.11955/1166

Rodríguez, S. V. (2011). El método Singapur: Pensar sin límites. *Revista Pandora Brasil* , (27). https://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf

Tapia, R. A., & Murillo, J. (2020). El método Singapur y su impacto en el aprendizaje matemático. *Revista Muro de la Investigación* , 5(2), 13–24. https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/r-Muro-investigacion/article/view/1322

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Fundamentos de la enseñanza de las matemáticas en educación primaria* . Pearson.

Zapatera, A. (2020). El método Singapur en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Psicología* , 2, 263–274. https://dehesa.unex.es/bitstream/10662/13097/1/0214-9877_2020_2_1_263.pdf