

Vega, Carlos. Tesis vf

5%
Textos sospechosos



3% Similitudes (ignorado)
0% similitudes entre comillas
< 1% entre las fuentes mencionadas
5% Idiomas no reconocidos
11% Textos potencialmente generados por la IA (ignorado)

Nombre del documento: Vega, Carlos. Tesis vf.docx
ID del documento: adc8fe4b90d207ca91a12297d0a62c362ccfa5a4
Tamaño del documento original: 11,38 MB

Depositante: Olimpia Castro Mora
Fecha de depósito: 25/2/2026
Tipo de carga: interface
fecha de fin de análisis: 25/2/2026

Número de palabras: 36.397
Número de caracteres: 239.220

Ubicación de las similitudes en el documento:



Fuentes de similitudes

Fuentes principales detectadas

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	doi.org Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un it... https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256 28 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (218 palabras)
2	doi.org El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas p... https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37 20 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (215 palabras)
3	ri-ng.uaq.mx https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf 24 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (162 palabras)
4	hdl.handle.net Generalización de patrones en sucesiones aritméticas figurales ... http://hdl.handle.net/11317/1506 23 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (131 palabras)
5	www.scielo.org.mx La generalización de patrones como herramienta para intro... https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892022000200134 21 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (156 palabras)

Fuentes con similitudes fortuitas

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	www.academia.edu (PDF) Desarrollo del Razonamiento Algebraico vía la gener... https://www.academia.edu/89720551/Desarrollo_del_Razonamiento_Algebraico_via_la_gener...	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (39 palabras)
2	ddd.uab.cat https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2022v40n1/edlc_a2022v40n1p65.pdf	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (38 palabras)
3	funes.uniandes.edu.co https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1150040/Zapatera...	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (34 palabras)
4	Documento de otro usuario #ee3bc8 Viene de de otro grupo	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (34 palabras)
5	Documento de otro usuario #103652 Viene de de otro grupo	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (34 palabras)

Fuente ignorada Estas fuentes han sido retiradas del cálculo del porcentaje de similitud por el propietario del documento.

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	Vega, Carlos. Tesis revisada.14.10.25.pdf Vega, Carlos. Tesis revisada.1... #45cc8f Viene de de mi grupo	75%		Palabras idénticas: 75% (27.369 palabras)

Fuentes mencionadas (sin similitudes detectadas) Estas fuentes han sido citadas en el documento sin encontrar similitudes.

1	https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/sobre-el-sentido-de-las-matematicas-en-la-educacion-primaria-instruir-para-la-escuela-o-educar-para-la-vida/
2	https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/77100
3	http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=486755023011
4	https://hdl.handle.net/10630/27695
5	https://hdl.handle.net/20.500.12893/12512

PROCESO



repository.libertadores.edu.co

<https://repository.libertadores.edu.co/bitstreams/7f8609e0-dfa6-4307-8554-f2d481a8101c/download>

DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN

ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO, HUARMACA, 2025



PROCESS OF GENERALIZATION OF PATTERNS IN THE DEVELOPMENT OF ALGEBRAIC THINKING IN SIXTH-GRADE STUDENTS,

HUARMACA, 2025

Tesis para optar el Título profesional de Licenciado en Educación Primaria

Autor

Carlos Enrique Vega Távara

<https://orcid.org/0000-0002-6714-1380>

Asesor

Olimpia Rosa Castro Mora

<https://orcid.org/0009-0000-6054-7583>

Lima, octubre, 2025

DEDICATORIA

A mi esposa Carmen, a mis hijas Catalina y Greta, quienes son mi más grande motivación en todo proyecto.

A mi madre en el cielo, a mi padre y hermano, las personas que siempre me han acompañado.

A mi padrino, en el cielo, por ser ese gran compañero y consejero.

A Martha, Jesús y toda mi familia.

Carlos Enrique Vega Távara

RESUMEN

El objetivo del presente estudio fue determinar el nivel de generalización de los patrones de repetición y recurrencia entre los estudiantes de sexto grado de una institución educativa en Huarmaca, Piura, en 2025. Para ello, la investigación se realizó bajo un diseño descriptivo con un enfoque cuantitativo, contando con 27 estudiantes como grupo de estudio, a los cuales se les aplicó un cuestionario planificado con tres situaciones para evaluar los niveles de generalización: cerca, lejana y de regla de formación. Los resultados mostraron que el 59 % de los estudiantes se ubicaron en el nivel de proceso, en el que lograron identificar patrones numéricos y gráficos, al continuar una secuencia hacia términos cercanos y lejanos, pero sin lograr justificar correctamente sus procedimientos.



Además, se identificó como una estrategia recurrente, la operación por medio de sumas repetitivas. Con respecto a los patrones gráficos-numéricos, los estudiantes se ubicaron en el nivel de inicio, pues no lograron relacionar la variación entre la cantidad de sillas conforme aumentaba la cantidad de mesas dispuestas en la secuencia. Esto refleja la limitación en su nivel de generalización al no traducir estas relaciones gráficas a un lenguaje algebraico.

En ese sentido, se concluye que los estudiantes se encuentran en una etapa de transición hacia el proceso de generalización, en la que se resalta la necesidad de promover actividades de aprendizaje que promuevan el fortalecimiento de sus habilidades de observación, de conteo, el uso de diversas representaciones y el trabajo progresivo de expresiones algebraicas.

Palabras clave: generalización de patrones; pensamiento algebraico; patrones numéricos; patrones gráficos; álgebra temprana

ABSTRACT

The objective of this study was to determine the level of generalization of repetition and recurrence patterns among sixth-grade students at a school in Huarmaca, Piura, in 2025. To this end, the research was conducted using a descriptive design with a quantitative approach, with a study group of 27 students who were given a questionnaire with three situations to assess their levels of generalization: close, distant, and rule formation. The results showed that 59% of the students were at the process level, in which they were able to identify numerical and graphical patterns by continuing a sequence toward near and far terms, but without being able to correctly justify their procedures. In addition, the use of repetitive addition was identified as a recurring strategy. With regard to graphic-numerical patterns, students were at the beginning level, as they were unable to relate the variation in the number of chairs to the increase in the number of tables arranged in the sequence. This reflects the limitation in their level of generalization by not translating these graphic relationships into algebraic language. In this regard, it is concluded that students are in a transitional stage toward the generalization process, highlighting the need to promote learning activities that strengthen their observation and counting skills, the use of various representations, and progressive work with algebraic expressions.



Keywords: pattern generalization; algebraic thinking; number patterns; graph patterns; early algebra

ÍNDICE

RESUMEN2

ABSTRACT3

ÍNDICE4

ÍNDICE DE TABLAS5

ÍNDICE DE FIGURAS6

INTRODUCCIÓN8

CAPÍTULO I: MARCO CONCEPTUAL18

1.1. Antecedentes18

1.1.1. Antecedentes internacionales18

1.1.2. Antecedentes nacionales20

1.2. Pensamiento algebraico22

1.2.1. Características del pensamiento algebraico24

1.2.2. Desarrollo del pensamiento algebraico temprano27

1.2.3. Conceptualización de los patrones matemáticos31

1.2.4. Generalización de patrones en el desarrollo del pensamiento algebraico33

1.2.5. El pensamiento algebraico según el currículo nacional del Perú44

CAPÍTULO II: DISEÑO METODOLÓGICO51

2.1. Método51

2.2. Variables.52

2.3. Participantes o cuerpo de investigación.52

2.4. Técnicas e instrumentos.54

CAPÍTULO III: RESULTADOS61

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS103

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES120

CAPÍTULO VI: SUGERENCIAS122

REFERENCIAS124

ANEXOS131

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Distribución de la muestra de estudio a estudiantes54

Tabla 2 Confiabilidad – Alfa de Cronbach61

Tabla 3 Matriz de resultados de los estudiantes62

Tabla 4 Nivel de generalización de patrones en estudiantes de sexto grado de primaria63

Tabla 5 Nivel de generalización del patrón de repetición81

Tabla 6 Nivel de generalización de patrones recursivos numéricos82

Tabla 7 Nivel de generalización de patrón recursivo gráfico

o84

Tabla 8 Desempeño alcanzado en cada nivel de generalización en los patrones algebraicos102

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Ejemplo de patrones geométricos elaborados con polígonos hexagonales33

Figura 2 Interpretación de regularidades38

Figura 3 Ficha técnica del problema propuesto sobre interpretación de regularidades38

Figura 4 Resultados obtenidos39

Figura 5 Secuencia numérica40

Figura 6 Ficha técnica del problema propuesto sobre secuencia numérica40

Figura 7 Resultados obtenidos41

Figura 8 Banderines diseñados con patrón de repetición43

Figura 9 Situación 1: Patrones geométricos.45

Figura 10 Situación 2: Patrones geométricos.47

Figura 11 Situación 3: Relacionar cada término con el crecimiento lineal y el crecimiento no lineal. Secuencia con términos crecientes49

Figura 12 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel de inicio65

Figura 13 Ejemplo 2: Patrones de repetición. Nivel de inicio66

Figura 14 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de inicio67

Figura 15 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de inicio68

Figura 16 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de inicio69

Figura 17 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de inicio70

Figura 18 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel de proceso72

Figura 19 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de proceso73

Figura 20 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de proceso74

Figura 21 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de proceso75

Figura 22 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel logrado77

Figura 23 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel logrado78

Figura 24 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel logrado79

Figura 25 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel logrado80

Figura 26 Ejemplo 1: Nivel de generalización de patrón de repetición86

Figura 27 Ejemplo 2: Nivel de generalización de patrón de repetición87

Figura 28 Ejemplo 3 - Nivel de generalización de patrón de repetición88

Figura 29 Ejemplo 4: Nivel de generalización de patrón de repetición89

Figura 30 Ejemplo 1: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica90

Figura 31 Ejemplo 2: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica91

Figura 32 Ejemplo 3: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica92

Figura 33 Ejemplo 4: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica93

Figura 34 Ejemplo 5: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica94

Figura 35 Ejemplo 6: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica95

- Figura 36 Ejemplo 1: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica96
 Figura 37 Ejemplo 2: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica97
 Figura 38 Ejemplo 3: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica98
 Figura 39 Ejemplo 4: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica99
 Figura 40 Ejemplo 5: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica100
 Figura 41 Ejemplo 6:



Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica101

INTRODUCCIÓN

N

En los últimos años, el mundo ha sido partícipe de los diversos cambios en todos sus ámbitos debido a la globalización. Este hecho ha causado la necesidad de que el aprendizaje, particularmente de las matemáticas, vaya más allá de su objetivo académico en la resolución de ejercicios, con la finalidad de que se convierta en un área que permita el desarrollo de diversas competencias que conlleven a comprender y a actuar según los requerimientos en este mundo globalizado. De acuerdo con Alsina (2015), este nuevo enfoque se debe ejecutar en el ambiente escolar de modo que potencie las capacidades cognitivas en los estudiantes, a través de la elaboración de hipótesis, la capacidad de pensamiento crítico para el contraste de ideas, el debate de ideas, la construcción conjunta de respuestas en un proceso reflexivo y activo.



Esta perspectiva indica que los aprendizajes alcanzados no solo deben dar respuesta a las demandas educativas actuales, sino también servir como un medio en la preparación de los estudiantes para abordar desafíos complejos en su vida cotidiana, profesional y social.

Conforme al Programa Curricular de Educación Primaria del Perú, el objetivo principal del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas es formar ciudadanos capaces de asumir los desafíos del entorno mediante el desarrollo de competencias que les permita resolver problemas y tomar decisiones, usando diversos recursos y estrategias.

Asimismo, este proceso debe ser planificado por medio del enfoque centrado en la resolución de problemas; con ello, los estudiantes no solo adquieren habilidades matemáticas, sino que también desarrollan capacidades cognitivas más complejas, como el análisis, la síntesis y la evaluación (Ministerio de Educación del Perú, 2016). Así también, Vega (2022) pone en manifiesto que el aprendizaje de las matemáticas debe darse de tal forma que las actividades propuestas a los estudiantes les permita vivenciar la aplicación del área con la resolución de situaciones contextualizadas. En ese sentido, Zapatera (2022) menciona que estas actividades deben promover el desarrollo de un pensamiento matemático a través de la observación de regularidades, la identificación de relaciones entre los datos de un problema, además de la proposición de afirmaciones y generalización de dichas regularidades. Esta afirmación es complementada por Pincheira y Alsina (2021), quienes afirman que el pensamiento algebraico temprano debe ser desarrollado por medio de la identificación progresiva de patrones en contextos reales, de tal modo que permita a un estudiante lograr abstracciones por medio de ecuaciones y expresiones algebraicas que tengan sentido para él. Por tanto, durante este proceso gradual, el desarrollo del pensamiento matemático pasa de la observación de objetos concretos a la manipulación mentalmente de símbolos, incógnitas e igualdades matemáticas que reflejan una regularidad. Esto fortalece su entendimiento de los conceptos matemáticos como un sistema estructurado y lógico. Señala Zapatera (2022) que el desarrollo de un lenguaje matemático formal en términos de símbolos se da como resultado de la identificación de elementos y relaciones en estructuras de orden y su extensión a otros ámbitos mediante la observación de regularidades, lo que se define como el proceso de generalización.



La generalización de patrones contribuye no solo a la abstracción matemática, sino también al desarrollo de la lógica y la justificación de afirmaciones en el desarrollo de un problema matemático (Mason et al., 2005, citado en Zapatera, 2022).

Este proceso, que va de lo concreto a lo abstracto en la formulación de reglas generales, tiene su importancia en el desarrollo de un razonamiento aritmético-concreto a otro más simbólico-abstracto, lo que conlleva una nueva forma matemática de pensar: el pensamiento algebraico (Radford, 2008, citado en Zapatera, 2022).

Según Mulligan y Mitchelmore (2009),

los componentes para el desarrollo del pensamiento algebraico por medio de patrones matemáticos se dividen en dos dimensiones principales: la cognitiva y la metacognitiva. La primera dimensión, se relaciona con la capacidad de reconocer las reglas o regularidades que identifiquen en la organización de una secuencia de elementos. La metacognitiva, por otro lado, se vincula a las capacidades para indagar, analizar y reflexionar sobre los patrones. Estas competencias llevan a los estudiantes a percibir diferentes patrones en situaciones reales y a aplicar este conocimiento en otras áreas, lo que les permite un razonamiento matemático más amplio y generalizado dentro de su proceso de aprendizaje.

No obstante, Castro (2012) indica que los estudiantes del nivel primario presentan diversas dificultades durante sus primeras etapas de desarrollo del pensamiento algebraico, debido a la naturaleza abstracta de esta, y las reglas y propiedades con las que se fundamenta. El proceso de generalización, el cual conduce al desarrollo del pensamiento algebraico, es central en su estructura porque permite expresar en sus distintas representaciones una forma más generalizada a través de notaciones formuladas con mayor dificultad que gradualmente llegan a la notación algebraica. Según el autor, un aspecto importante durante el proceso de aprendizaje de estas nuevas estructuras matemáticas es permitir que el estudiante sea capaz de identificar patrones o relaciones y generalizar patrones, lo que conforma una dificultad adicional cuando se pretende formar el pensamiento algebraico (Castro, 2012).

Sánchez y Del Valle (citados en Muñoz-Chávez et al., 2024) sostienen que, en las escuelas de diversas partes del mundo, el proceso de enseñanza del álgebra se sigue centrando en la utilización de fórmulas para la resolución de problemas hipotéticos en lugar de problemas reales que permitan realizar conexiones cognitivas de generalización de regularidades y patrones. Estas acciones dan lugar a un enfoque que no facilita el desarrollo de las capacidades de comprensión y abstracción de las relaciones numéricas, haciendo que estas dificultades en el nivel primario se acrecienten en el nivel secundario, pues se presta menos atención a desarrollar estas capacidades del pensamiento algebraico.

Para Godino et al. (2014), el desarrollo del pensamiento algebraico implica un proceso de enseñanza aprendizaje que priorice en primer lugar la transición que va desde la observación de sucesos concretos hasta llegar a una generalización, fundamentada por medio de conceptos matemáticos. Cuando se ejecuta este proceso, el estudiante irá adquiriendo de forma gradual aquellas capacidades que los llevará a representar conceptos generales en matemáticas. Para ello, el docente debe planificar actividades que comiencen con la identificación de patrones, seguidos de relaciones y estructuras, con el fin de que, posteriormente, los estudiantes traduzcan y comuniquen por medio de la notación algebraica estas generalidades.

Según Vergel (2019), se debe planificar una serie de pautas estructuradas para lograr un sólido aprendizaje algebraico. En primer lugar, se debe entender que el álgebra tiene su origen en la manipulación de expresiones generales, a diferencia de la aritmética que trata con números específicos. De este modo, es importante considerar que no es necesario desde un primer momento la utilización de símbolos alfanuméricos para fomentar el pensamiento algebraico. Con esto, se debe concebir el álgebra como un proceso de razonamiento que incluye la idea de indeterminación, el cual debe darse en cada estudiante de forma gradual y lenta, dependiendo de la forma de interacción entre estudiantes y docente dentro del aula.

Para Durán (2024), los errores en la resolución de problemas matemáticos no siempre son el resultado de la falta de esfuerzo o motivación, sino, de hecho, de la ausencia de comprensión de los conceptos básicos del álgebra. Las dificultades en la comprensión del uso de símbolos, letras y estructuras representan, por lo general, un nuevo universo y los lleva a mal utilizar datos y fórmulas, hacer manipulaciones incorrectas de ecuaciones o no comprender afirmaciones, lo que provoca que estos estudiantes sigan pasos incorrectos y lleguen a resultados ilógicos. Esto implica que aprender álgebra no solo es importante para comprender situaciones complejas, pues también ayuda en el desarrollo de habilidades subyacentes como el uso de una variable y las habilidades para resolver problemas. Un correcto acompañamiento sobre estos conceptos a edades tempranas puede ayudar a evitar errores recurrentes, fomentar mayores niveles de razonamiento autónomo en matemáticas y, por lo tanto, una mejor precisión en los cálculos y la resolución de problemas en general. Lo mencionado conlleva a observar los resultados de los aprendizajes en el área de matemática en estudiantes del nivel secundario de las escuelas del Perú, de tal manera que se evidencie el proceso de logro de los aprendizajes matemáticos, particularmente la competencia evaluada que corresponde a la resolución de problemas algebraicos.

En el caso del Perú, tanto a nivel nacional como internacional, los resultados de las evaluaciones estandarizadas de matemática reflejan que existen deficiencias cognitivas en los

estudiantes. Según los reportes del Ministerio de Educación, los resultados en la evaluación internacional PISA indican que gran parte de los estudiantes se encuentra en los niveles inferiores de rendimiento. Por ello, se requiere analizar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en todos los grados escolares (Vega, 2022).



En tal sentido, los resultados de la evaluación PISA del año 2022, en el área de matemática para Perú, indica que el país obtuvo una medida promedio de 391 puntos, la cual se encuentra por debajo del nivel 2 que representa el umbral mínimo de competencia establecido por la OCDE. La tendencia histórica muestra una mejora constante en los resultados de matemática para Perú desde 2009 hasta 2018, pero una disminución en 2022, posiblemente influenciada por la pandemia de COVID-19.

En contraste, países como Singapur y Canadá mantienen resultados significativamente más altos, situándose en el nivel 4 con medidas promedio superiores a los 500 puntos (Ministerio de Educación del Perú, 2024).

En consideración a los resultados de la Evaluación Nacional del Logro de los Aprendizajes, (ENLA) aplicado a los estudiantes de segundo y cuarto de primaria, así como de segundo de secundaria en el año 2023 en el área de matemática, se muestra que los estudiantes aún presentan muchas dificultades para el logro de aprendizajes en dicha área.

Los resultados del segundo grado de primaria en matemáticas a nivel nacional, en 2023, se mostraron relativamente estables en comparación al 2022, aunque continúan siendo un desafío, dado que solo el 11,2 % de los estudiantes alcanzó el nivel de satisfactorio. Al mismo tiempo, el nivel de proceso y el nivel de inicio persisten y son proporcionalmente elevados, ya que, un 36,6 % se encuentra en el primero y un 40,3 % en el segundo, mientras que un 12 % quedó en el nivel más bajo: previo al inicio. Por tanto, los resultados indican que más de la mitad de los estudiantes de segundo grado de primaria en el año 2023 se ubicaron en los niveles de inicio y previo al inicio (Ministerio de Educación del Perú, 2024).

A nivel nacional, los resultados de matemáticas del cuarto grado de primaria en el 2023 muestran una mínima diferencia en comparación con los resultados del 2022. Específicamente, el 22,5 % de los estudiantes estaba en el nivel de satisfactorio, una disminución del 0,8 % frente a los resultados obtenidos en el 2022. Asimismo, en la evaluación censal del año 2023, el 38,4 % de los estudiantes se ubicó en el nivel de proceso. Sin embargo, los niveles más bajos aún son demasiado significativos: el 20% de los estudiantes de cuarto grado de primaria está en el nivel de inicio y el 19,1 % restante está en el nivel de previo al inicio (Ministerio de Educación del Perú, 2024).

Sobre los estudiantes del sexto grado de primaria, la evaluación muestral aplicada en el año 2022 ubicó a un 18 % en el nivel de satisfactorio; un 33 %, en proceso; un 39,4 %, en inicio y un 9,4 %, en previo al inicio. Esto muestra que casi el 50 % de los estudiantes de sexto grado de primaria presenta muchas deficiencias en el logro de sus aprendizajes en el área de matemática.

En el 2023, los resultados nacionales en matemática para segundo grado de secundaria muestran un leve retroceso en el nivel de satisfactorio, alcanzado por el 11,3 % de los estudiantes, en comparación con el 13,3 % del 2022. En el año 2023, el 18,4 % de los estudiantes evaluados se ubicó en el nivel de proceso. Asimismo, en este grupo estudiantil el 42,5 % de los estudiantes se encuentra en el nivel de inicio, mientras que el 27,8 % permanece en el nivel de previo al inicio (Ministerio de Educación del Perú, 2024).

Dado que el presente estudio se centrará en estudiantes de un distrito de la región de Piura, es necesario observar los resultados de la evaluación nacional de logros de aprendizaje obtenidos por los estudiantes de dicha región durante el año 2023.

En el área de matemática, la región Piura presenta una brecha considerable según lo mostrado en los resultados ENLA 2023. En el caso del cuarto grado de primaria, solo un 18 % de estudiantes evaluados de la región se ubicó en el nivel de satisfactorio; en el nivel de proceso se distribuyó una proporción estudiantil de 37 %, el grupo de mayor concentración; en el nivel de inicio, el 22,1 % y en el nivel de previo al inicio, el 22,9 %. En secundaria, los resultados son menos alentadores: solo el 6 % de los estudiantes evaluados de la región está en el nivel de satisfactorio. En el nivel de proceso, se ubicó el 14,3% de los estudiantes, lo que contrasta con el 35,1 % del nivel de previo al inicio y el 44,6 % del nivel de inicio. Esto significa que aproximadamente el 80 % de la población de estudiantes de segundo de secundaria de la región de Piura no ha logrado obtener los aprendizajes esperados, una gran diferencia con respecto a los estudiantes del cuarto grado de primaria (Ministerio de Educación del Perú, 2024).

La situación en una institución educativa del distrito de Huarmaca, Piura, no es ajena a las dificultades en la resolución de problemas matemáticos observadas en las evaluaciones planificadas y ejecutadas por el Ministerio de Educación. Al observar las calificaciones, en los registros auxiliares, de los 27 estudiantes de sexto grado de primaria de dicha institución, particularmente en el desarrollo del pensamiento algebraico, se muestra la siguiente información.

Respecto a la competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio":

El 65 % de los estudiantes se encuentra en el nivel de inicio, lo que significa que presentan grandes dificultades para comprender y aplicar conceptos básicos de las regularidades y las equivalencias.

Un 35 % de los estudiantes se ubica en el nivel de proceso, lo que indica que aún no logran un dominio completo de las habilidades algebraicas esperadas para su grado.

Estos resultados muestran un gran desafío en el proceso de aprendizaje de las nociones matemáticas, en especial de la competencia "Resuelve problemas de regularidad", en lo relacionado a las regularidades observadas en los patrones y al gradual desarrollo del proceso de generalización.

De lo expuesto, se plantea la siguiente pregunta investigación: ¿Qué nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?; de este modo, se plantean las respectivas preguntas específicas: ¿Qué nivel de generalización de patrones de repetición alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?, ¿Qué nivel de generalización de patrones de recurrencia numéricos alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?, ¿Qué nivel de generalización de patrones de recurrencia gráficos alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?



En ese sentido, el objetivo general de este estudio fue: Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia en los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca,

2025. Por tanto, se plantearon como objetivos específicos: Determinar el nivel de generalización cercana, lejana y de regla de formación en patrones de repetición que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025; Determinar el nivel de generalización cercana, lejana y de regla de formación en patrones de recurrencia numéricos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025; y como último objetivo específico, Determinar el nivel de generalización cercana, lejana y regla de formación en patrones de recurrencia gráficos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025.

El estudio se justifica teóricamente en el desarrollo del pensamiento algebraico, el cual, para Godino et al., (2014), resulta de una progresiva construcción que va desde formas de razonamiento concreto, hasta estructuras de generalización y simbolización, lo que permite a los estudiantes el desarrollo de las capacidades de representación, análisis y reflexión de elementos matemáticos. Desde este enfoque, el desarrollo de este tipo de pensamiento, se convierte en una necesidad para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas promoviendo el desarrollo de estas habilidades desde los primeros años de formación de un estudiante.

Así, en este contexto, investigadores han abordado la necesidad de que en la educación primaria se introduzca el pensamiento algebraico desde la más temprana edad, a partir de actividades que propicien el reconocimiento de regularidades, de patrones y relaciones. Radford (2010) expresa que el aprendizaje del álgebra debe ir más allá de los símbolos, partiendo desde experiencias semióticas y concretas que posibiliten a los estudiantes el desarrollo de significados antes de llegar a la formalización. De igual manera, Kaput et al., (2008, citados en Godino et al., 2014) expresan que el álgebra temprana es una de las rutas que se tiene para construir una sólida comprensión de la matemática en los primeros grados de formación del estudiante.

No obstante, en la revisión de diversos estudios se ha identificado vacíos durante el proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento algebraico. En el nivel primario, este tipo de pensamiento es abordado de forma limitada y suele ser reducido al trabajo aritmético, sin una intencionalidad hacia la generalización y la modelación (Sánchez y Del Valle, 2016, citados en Muñoz-Chávez et al., 2024). Por otro lado, Pérez (2022) indican que, en su mayoría, los docentes tienen problemas para elaborar propuestas de intervención que al menos logren una progresión del pensamiento algebraico y, por ende, los alumnos aprenden de manera discontinua y poseen una comprensión agonizante de los fenómenos que rodean el álgebra.

Así, aunque hay propuestas didácticas que buscan el desarrollo del pensamiento algebraico en la educación primaria, muchas de ellas dejan de lado los escenarios reales en los que los docentes de educación primaria intentan implementar sus propuestas, así como las características cognitivas y socioculturales de los educandos (Radford, 2010; Godino et al., 2014). Esta desconexión entre la teoría y la práctica educativa limita la efectividad de las intervenciones y, como consecuencia, los estudiantes continúan enfrentando problemas en la comprensión de relaciones, patrones y estructuras algebraicas.

Socialmente, el estudio se justifica al analizar el escaso desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de sexto grado de educación primaria, ocasionando una limitación en el desarrollo de su capacidad para la construcción, modelación y resolución de situaciones de la vida diaria a través del uso de patrones y regularidades, desde la evidencia empírica en una institución educativa nacional.

Desde esta perspectiva, el desarrollo de la habilidad de generalización de patrones favorece el aprendizaje de la matemática y el desarrollo de habilidades cognitivas de los alumnos que les permiten entender fenómenos como el cambio, la variación y la organización de los datos, competencias que son necesarias para la construcción de ciudadanía activa (Currículo de

Ontario, 2005). De esta manera, abordar esta problemática socialmente es pertinente, ya que esta investigación brinda fundamentos de la importancia de desarrollar en los estudiantes, posibilidad de afrontar, de manera crítica y reflexiva, los problemas académicos y sociales de su entorno.

En la práctica, la investigación se justifica en la obtención de los resultados, pues servirán de apoyo tanto a docentes como a los diversos agentes educativos, para identificar las dificultades y logros que presentan los estudiantes de sexto grado de primaria al resolver situaciones donde tengan que enfrentarse a la generalización de patrones. De esta manera, los docentes y agentes educativos, a través del análisis de tareas, podrán identificar una secuencia gradual en su complejidad y determinar pautas didácticas que favorezcan el desarrollo del proceso de generalización. Con ello, los docentes podrán establecer semejanzas con las características y necesidades de aprendizaje de sus estudiantes, para así tomar decisiones adecuadas en la planificación de actividades en el área de matemática. Este proceso se hará teniendo como base los referentes teóricos que dan sustento a esta investigación.

Respecto a la justificación metodológica, el estudio se llevará a cabo teniendo en consideración un enfoque cuantitativo y utilizando un diseño descriptivo transversal. Para ello, se diseñará y aplicará un cuestionario a los estudiantes de sexto grado, con la finalidad de recoger datos sobre su proceso de aprendizaje de la generalización de patrones en el desarrollo de su pensamiento algebraico. Los datos se analizarán por medio de la estadística descriptiva, a través del programa Excel 2016.

Finalmente, la tesis se divide en seis capítulos. En el primer capítulo se elabora el marco conceptual, en el cual se abordan las referencias y antecedentes a nivel nacional e internacional, así como las referencias y las bases teóricas correspondientes al pensamiento algebraico y la generalización de patrones, que sustentan esta investigación. En el segundo capítulo se elabora el diseño metodológico y se describen el enfoque, el método de estudio, las variables, los elementos que constituyeron la muestra, y los instrumentos de la recolección de datos. En el tercer capítulo, se exponen los resultados de la aplicación de la evaluación diseñada. En el cuarto capítulo, se presenta el análisis, la interpretación y discusión de los resultados en relación con el marco teórico. En el quinto capítulo, se presentan las conclusiones, las cuales, abordan los hallazgos más relevantes del estudio, y, por último, en el sexto capítulo se plantean propuestas a la práctica educativa referente a al



dx.doi.org | Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones : una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria
<https://dx.doi.org/10.12802/relime.18.2114>

desarrollo del pensamiento algebraico por medio de la generalización de patrones

en el nivel primario.

CAPÍTULO I MARCO CONCEPTUAL

Antecedentes

Antecedentes internacionales

En el trabajo de Ayala-Altamirano et al. (2023) se analizó cómo la invención de expresiones y contextos matemáticos puede evidenciar el pensamiento algebraico en niños de 9 a 10 años en una escuela de Chile. Utilizando una metodología cualitativa, el estudio se realizó virtualmente durante dos semanas con 21 estudiantes de cuarto grado de primaria, quienes participaron en tareas diseñadas para evaluar su comprensión de conceptos algebraicos.



Los resultados muestran que los niños pueden generalizar y contextualizar estos conceptos, demostrando un pensamiento relacional y estructural. En conclusión, los autores indican que la invención de problemas matemáticos mejora la comprensión de los contenidos algebraicos y es una herramienta valiosa para la enseñanza de las matemáticas en primaria.

En el estudio realizado por Pérez (2022) en una escuela de España, investigó las dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico entre la educación primaria y secundaria, con el objetivo de comprender esta evolución y proporcionar herramientas para mejorar la enseñanza del álgebra. Utilizando una investigación de tipo cualitativa, se diseñaron actividades para fomentar la generalización de patrones y se evaluaron estudiantes de sexto de primaria a cuarto de la ESO. Los resultados revelaron errores comunes y áreas de mejora, destacando la necesidad de ajustar las estrategias pedagógicas. Por tanto, el autor sugiere implementar cambios en las prácticas docentes y utilizar tareas que promuevan la generalización y evaluaciones formativas para superar las dificultades, ofreciendo una guía para diseñar programas de álgebra más efectivos y adaptativos.

El estudio de Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez (2022) buscó analizar de qué manera los estudiantes de quinto grado de primaria en una escuela de México, resuelven problemas de generalización de patrones, enfocándose en las estrategias que utilizan y cómo las aplican. Por medio de un proceso experimental con 25 niños, se identificó siete tipos de estrategias, entre ellas el conteo y la estrategia recursiva, que sirvieron como base para que los estudiantes pudieran avanzar hacia enfoques más complejos, como la diferencia y el objeto-entero. Los resultados revelaron que los estudiantes adaptan sus estrategias según el tipo de problema y la forma en que este se presenta, lo que les ayudó a desarrollar su pensamiento algebraico. En conclusión, las situaciones y el razonamiento de los niños fueron claves para que pudieran aplicar estas estrategias de manera flexible y efectiva en la generalización de patrones.

Silva (2021) tuvo como objetivo analizar el proceso de aprendizaje del pensamiento algebraico temprano en estudiantes de quinto grado de primaria de una escuela de México, a través del uso de equivalencias. El estudio fue cualitativo y exploratorio, aplicado a una muestra de 38 estudiantes de una escuela de Querétaro, en México. Para el logro del objetivo, se planificó y aplicó actividades en las que situaba a los estudiantes en problemas con representaciones aritméticas, pictóricas y simbólicas. Los resultados mostraron que los estudiantes tienen la capacidad de identificar propiedades operativas, particularmente en representaciones gráficas y simbólicas; sin embargo, presentaron muchas dificultades cuando debían interpretar el signo igual como una equivalencia.



El estudio concluyó que existe la necesidad de implementar actividades en los salones de clase que permitan a los estudiantes familiarizarse con las relaciones algebraicas y sus propiedades.

El estudio de Zubieta (2021) buscó caracterizar el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de primer a tercer grado de primaria de una escuela en Colombia. El autor empleó un enfoque cualitativo en su investigación, a partir del cual se analizaron las estrategias de conteo, la vinculación de códigos numéricos a objetos y las regularidades utilizadas por estos estudiantes en problemas con secuencias numéricas y geométricas.

Los resultados indican que los estudiantes presentaban deficiencias en el reconocimiento de patrones de regularidad. Estos resultados se alinearon a lo dicho por Vergel, Radford, Fripp y Molina, quienes sustentan que el desarrollo del pensamiento algebraico se debe dar de tal forma que trascienda la manipulación simbólica y debe ser abordada desde los primeros ciclos escolares.

Bautista-Pérez et al. (2021) investigaron el desarrollo del pensamiento algebraico en 38 estudiantes de una escuela del nivel primario en Colombia, por medio del uso de patrones, secuencias numéricas y geométricas. La investigación se planificó en tres etapas, mostrando antes de su ejecución que todos los estudiantes utilizaban procedimientos básicos para la identificación de reglas recursivas y la determinación de un término desconocido. Ejecutada la intervención pedagógica, un grupo aún reducido de estudiantes mostró un avance considerable en el manejo y utilización de un lenguaje algebraico formal para generalizar patrones en lenguaje simbólico-literal. Además, una gran proporción de estudiantes no lograron superar el nivel dos de algebrización. La investigación concluyó que existe la necesidad en dicho grupo de implementar actividades de aprendizaje que faciliten la transición de la aritmética al álgebra.

Antecedentes nacionales

Delgado (2024) investigó la relación entre la capacidad de los estudiantes de primer grado de un colegio del nivel secundario de Lambayeque, para resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio, y su nivel de comprensión lectora. El estudio encontró que muchos estudiantes enfrentaban dificultades al intentar resolver problemas algebraicos, principalmente debido a una comprensión insuficiente de los enunciados.



Aunque algunos lograron resolver los problemas correctamente, no pudieron justificar sus respuestas, lo que puso de manifiesto deficiencias en las habilidades de comunicación y argumentación, aspectos cruciales en el desarrollo de la competencia algebraica. La investigación se llevó a cabo en una escuela pública de Lambayeque con una muestra de 30 estudiantes seleccionados de un total de 120. Con un enfoque correlacional y un diseño no experimental, los resultados mostraron que el 93 % de los estudiantes no alcanzó los objetivos esperados en matemáticas y que el 40 % tuvo un rendimiento bajo en comprensión lectora. Además, se confirmó una relación significativa entre ambas variables, destacando que mejorar la comprensión lectora aumenta en un 79 % la probabilidad de mejorar el desempeño en competencias matemáticas.

Palacios y Tito (2023) investigan el desarrollo limitado del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de primaria en Arequipa. El estudio tiene como objetivo comparar el nivel de logro del pensamiento algebraico entre estudiantes de dos escuelas públicas, empleando una metodología cuantitativa y un diseño descriptivo comparativo. Se evaluó a un total de 82 estudiantes mediante un cuestionario que se centraba en aritmética generalizada y pensamiento funcional. Los resultados revelaron que la mayoría de los estudiantes se encontraban en un nivel 0 de algebrización, es decir, podían realizar operaciones básicas, pero sin un razonamiento algebraico profundo. Además, no se observaron diferencias significativas entre los grupos evaluados.

La investigación de Barreto y Chavesta (2023) se originó a partir de las dificultades observadas en el logro de aprendizajes en la competencia algebraica de estudiantes de primer grado de primaria en una escuela de Tumbes, Lambayeque. Para enfrentar este desafío, los autores implementaron talleres con estrategias lúdicas, basados en los documentos curriculares del Ministerio de Educación, en un estudio cuasiexperimental con un enfoque cuantitativo. El objetivo del estudio fue evaluar el impacto de estas estrategias en el rendimiento estudiantil. Los resultados mostraron una mejora significativa, ya que el porcentaje de estudiantes en el nivel inicial de algebrización se redujo del 30 % al 10 %, lo que evidencia el efecto positivo que tuvieron los talleres en el desarrollo de la competencia evaluada.

El estudio de Gaita et al. (2023) tuvo como propósito analizar el pensamiento algebraico en estudiantes de sexto grado de primaria en un colegio de Lima, por medio de la resolución de problemas de proporcionalidad utilizando tablas de valores. Para ello, los investigadores dividieron a los estudiantes en dos grupos y les aplicaron un cuestionario con actividades diseñadas. Los resultados mostraron que la mayoría de los estudiantes pertenecientes al grupo control justificaban sus respuestas usando un lenguaje cotidiano.

Sin embargo, en el grupo experimental, por medio de la intervención activa del docente, los estudiantes lograron desarrollar sus capacidades de traducción de expresiones a un lenguaje algebraico para resolver problemas de proporcionalidad utilizando tablas de valores. Por tanto, se demostró de esta forma la efectividad del programa aplicado en dichos estudiantes.

Díaz (2020) tuvo como objetivo principal disminuir el bajo nivel en la competencia algebraica en estudiantes del quinto ciclo de educación primaria de una escuela en Chiclayo.



El estudio fue de tipo experimental, para lo cual participaron 133 estudiantes, divididos en dos grupos. En una primera prueba a ambos grupos, los resultados mostraron que los estudiantes presentaban diversas deficiencias en el desarrollo de sus capacidades algebraicas. Planificada y ejecutada la estrategia llamada Laboratorio Didáctico Integrador (LDI), se buscó promover un aprendizaje más efectivo. El LDI incorporó estrategias didácticas enfocadas en la resolución de problemas, lo que contribuyó a un aprendizaje más significativo y a mejorar las habilidades matemáticas.

Los resultados mostraron que los estudiantes del grupo experimental lograron avances significativos en comparación con el grupo de control, lo que demuestra que el programa fue exitoso en mejorar la competencia algebraica.

Pensamiento algebraico

Godino y Font (2003) sustentan que el pensamiento algebraico implica reconocer, explicar y transformar regularidades y patrones matemáticos con el objetivo de obtener generalizaciones identificadas de situaciones concretas. Para el logro de esta forma de pensar, se necesita comprender relaciones numéricas, figurales, entre otras, y representarlas usando símbolos y ciertas reglas que se adapten a la variación de estas relaciones (Kieran, 2004).

Valenzuela y Gutiérrez (2018) definen al pensamiento algebraico como la capacidad de poder observar una situación, analizarla e identificar los elementos regulares que la componen, así como sus relaciones y propiedades generales que los describen. De esta manera, los estudiantes logran también desarrollar un pensamiento crítico y analítico, lo que les permite, aplicar sus conocimientos matemáticos en diversos contextos.

Del mismo modo, Van de Whale et al. (2014) consideran al pensamiento algebraico como la capacidad de utilizar un conjunto de símbolos y números para lograr generalizaciones a través de cálculos lógicos, aplicando sus conocimientos sobre patrones y funciones. Los autores manifiestan que esta forma de pensar no es solo para resolver problemas en álgebra, pues, por medio de este razonamiento, una persona puede resolver diversos problemas matemáticos al tener una comprensión sólida sobre el uso de símbolos, la igualdad y las variables. De esta forma, se destaca la importancia del desarrollo desde las primeras etapas de este pensamiento.

Vergel (2019) considera que en las primeras etapas de educación regular se debe introducir las nociones algebraicas por medio de las generalizaciones de patrones en sus diversas representaciones. Lo mencionado por Vergel (2019) es complementado por Godino et al. (2014), quienes indican que conforme el estudiante va identificando regularidades y generando generalizaciones por medio de la simbolización, este va mejorando su lenguaje matemático a través de las ecuaciones, variables y funciones, conceptos abstractos que le permitirán en niveles superiores aplicarlos para resolver una necesidad específica de su entorno.

En este sentido, el desarrollo del pensamiento algebraico desde las primeras etapas de educación básica se inicia generalmente desde la observación y manipulación concreta de figuras y patrones. Esto conlleva a que el estudiante pueda identificar regularidades y estructuras (Pincheira et al., 2022). Según Wijns et al., (2019), por medio de la manipulación de patrones se genera en los niños su capacidad de predicción y generalización, teniendo como base los elementos observados de su entorno. Estas son consecuencias importantes dentro del razonamiento algebraico, pues al promover estas capacidades en los estudiantes desde sus primeros años de educación, estarán en capacidad de llevar a cabo modelizaciones matemáticas en diversos contextos en etapas superiores.

Papic et al. (2011) resalta que el pensamiento algebraico no se debe limitar al aprendizaje de conceptos aritméticos, en el sentido de observar al álgebra como una generalización de la aritmética y de cantidades numéricas, sino que se la debe entender como una manera de pensar más por medio de regularidades con objetos geométricos y medibles. De esta manera, el álgebra se pone en relación con otras áreas de la matemática distintas de la aritmética. Con ello, los niños se pueden involucrar desde edades tempranas con tareas que impliquen la identificación de elementos repetitivos y la utilización de representaciones simbólicas para describir relaciones entre objetos o números.

Asimismo, Acosta (2024) afirma que, por medio de la utilización de patrones de repetición en las actividades educativas de un estudiante, es posible la transición de su pensamiento recursivo a formas más complejas de razonamiento, como el pensamiento relacional y funcional.



El pensamiento recursivo se manifiesta cuando un niño identifica patrones sencillos, como la forma en que un color o forma se alterna con otros, mientras que el pensamiento relacional implica que el niño comprenda de qué manera ciertas cantidades numéricas se relacionan y cómo están organizados en la formación de una secuencia.

El desarrollo del pensamiento algebraico desde las primeras etapas de educación no solo es importante para los aprendizajes matemáticos posteriores, sino que también sienta las bases para el desarrollo de habilidades cognitivas superiores, como la resolución de problemas y la toma de decisiones basadas en la evidencia (Carpenter et al., 2003).

Introducir este tipo de razonamiento desde la educación infantil prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos más complejos en el futuro.

1.2.1. Características del pensamiento algebraico

El pensamiento algebraico se caracteriza por permitir generalizar relaciones y patrones, del mismo modo que favorece a la abstracción de un conjunto de elementos en diversas situaciones (Valenzuela y Gutiérrez, 2018). Esta capacidad se ve reflejada cuando un estudiante logra trasladar su comprensión sobre un problema donde intervienen objetos concretos hacia la abstracción de dichos objetos, por medio de símbolos y operaciones para traducir una generalización (Acosta y Alsina, 2022).

La utilización de patrones es una de las características principales del pensamiento algebraico, pues permite observar y generalizar; de esta forma, formular reglas generales a partir de una situación específica. Estas acciones en conjunto conducen a un estudiante a realizar predicciones de la variación de un elemento conforme un suceso se va realizando (Pincheira y Alsina, 2021).

Para Coz y Castillo (2019), el pensamiento algebraico se caracteriza además porque permite el manejo de la indeterminación, lo que conlleva a trabajar con variables, ecuaciones y funciones para obtener resultados concretos. De esta forma, un estudiante logra traducir por medio de modelos matemáticos una situación. Ramos (2022) añade que este tipo de razonamiento favorece un aprendizaje más eficaz de temas algebraicos.

Además, el pensamiento algebraico permite conectar los elementos de un problema por medio de las operaciones matemáticas. De esta manera, un estudiante mejora su comprensión de un problema observado y continúa con sus aprendizajes de teorías más avanzadas, como las funciones o los sistemas de ecuaciones (Ramos y Aké, 2023).

Esta forma de vincular situaciones concretas con conceptos matemáticos abstractos conforma otra característica del pensamiento algebraico. Por ejemplo, la generalización de patrones numéricos o geométricos permite a los estudiantes comprender la relación entre números y variables, lo que favorece la transición de la aritmética al álgebra (Pincheira & Alsina, 2021).

Con esto, el pensamiento algebraico presenta una naturaleza estructural, la cual se ve reflejada en la capacidad de un estudiante al momento de identificar y manipular intuitivamente sus nociones matemáticas subyacentes a un problema. Esta capacidad les permite ver más allá de los números individuales y reconocer patrones o regularidades aplicables en diversos contextos (Acosta y Alsina, 2022).

El uso adecuado de símbolos y notaciones matemáticas, relacionados con cantidades numéricas específicas, favorece a un estudiante a comunicar sus ideas, manipular variables en el sentido matemático, plantear y resolver problemas por medio de ecuaciones y funciones (Pincheira y Alsina, 2021).

Radford (2014) indica que el pensamiento aritmético difiere del pensamiento algebraico en la utilización de cantidades indeterminadas por medio del razonamiento lógico-matemático. De esta manera, un estudiante tiene la habilidad de manipular incógnitas o variables como si estuviese trabajando con cantidades definidas. Este enfoque de indeterminación y análisis que caracteriza al álgebra no lo separa de la aritmética y otras áreas de la matemática, sino que resaltan la efectividad del pensar algebraico de adaptarse a diversas situaciones que impliquen la generalización de los elementos concretos que los componen (Radford, 2014).

En este sentido, el pensamiento algebraico se caracteriza porque permite la resolución de problemas por medio de la aplicación de estrategias matemáticas para abordar situaciones complejas. Los estudiantes al desarrollar esta habilidad son capaces de analizar diversas situaciones y llevarlas a un contexto matemático, formulando soluciones basadas en reglas y principios generales (Gaita y Wilhelmi, 2019).

De esta manera, la flexibilidad caracteriza al pensamiento algebraico, lo que les permite a los estudiantes aplicar su conocimiento matemático en diferentes contextos y problemas. Esta capacidad de adaptación les facilita ajustar sus estrategias de resolución según las circunstancias y emplear una variedad de enfoques para enfrentar nuevas situaciones (Valenzuela y Gutiérrez, 2018).

Godino y Font (2003) plantean una serie de consideraciones con respecto a la caracterización del pensamiento algebraico, las cuales son similares o complementan las ideas expuestas por los autores mencionados líneas arriba:

El pensamiento algebraico se caracteriza porque permite el desarrollo del razonamiento inductivo, al buscar generalizar patrones y regularidades presentes en las matemáticas. De este modo, se da la transición de la resolución de un problema numérico a la formulación de relaciones generales de situaciones en diversos contextos. En este sentido, la utilización de símbolos y letras ayudan a representar objetos matemáticos de manera abstracta, facilitando la comprensión de las propiedades fundamentales de las operaciones y las estructuras matemáticas.

Al abordar un problema basado en el lenguaje simbólico, se necesita empezar por identificar las variables de interés, intentar establecer la relación matemática entre ellas y manipularlas para obtener conclusiones e intentar predecir resultados futuros.

Cuando se identifique una incógnita o una variable en un determinado problema, estos objetos pueden actuar como cualquier término desconocido en una ecuación o pueden ser vistos como la representación de una magnitud que cumple ciertas restricciones dependiendo del contexto de un problema. Estas distintas formas de mirar una variable fomentan el desarrollo analítico al permitir a los niños abrir en su proceso cognitivo una nueva forma de pensar haciendo uso de las matemáticas, a través de una representación ya no solo con números o cantidades específicas.



El pensamiento algebraico también implica la capacidad de trabajar con diferentes representaciones de la misma idea matemática, como gráficos, tablas, fórmulas y declaraciones verbales. Aunque sean equivalentes, esas representaciones activan procesos cognitivos completamente diferentes y ofrecen perspectivas complementarias del problema en cuestión. Una representación de fórmulas, por ejemplo, enfatiza el lenguaje simbólico, además de uno visual.

Hay una relación entre las tablas que nos muestra solamente el lado cuantitativo de un problema y las comparaciones visuales entre la cantidad de dos variables, que ofrecen razonamientos cuantitativos en términos relativos. La relación gráfica resalta las relaciones geométricas. Cuantos más enfoques se manipulen en la comprensión de un problema, más profunda y flexible será la comprensión de los recursos algebraicos para resolver una situación problemática.

1.2.2. Desarrollo del pensamiento algebraico temprano

Godino y Font (2003) mencionan que el desarrollo del pensamiento algebraico se inicia desde edades tempranas con la introducción de las nociones del conteo y las operaciones básicas entre cantidades numéricas, pues el pensamiento aritmético implica el desarrollo de habilidades estructurales como la identificación de patrones, la utilización de propiedades estructurales (como la propiedad asociativa, conmutativa o distributiva) y el análisis de la relación entre las cantidades.



Al desarrollar estas capacidades, los estudiantes adquieren una comprensión de las ideas estructurales y simbólicas relacionadas con el álgebra. Asimismo, la introducción de figuras o símbolos en contextos numéricos familiariza a los alumnos con el lenguaje del álgebra, promoviendo en ellos un razonamiento más abstracto.

De esta forma, Kieran (2004) plantea una manera de abordar el álgebra desde la aritmética. En primer lugar, sugiere que se debe mostrar conexiones entre las operaciones matemáticas y las propiedades que las sustentan.

Asimismo, indica que se debe utilizar representaciones alfanuméricas al momento de resolver un problema, además de dar a entender una variable como una representación de un objeto que guarda relación directa con valores concretos y de ver al signo igual (=) como un símbolo que denota que dos cantidades aún desconocidas tienen el mismo valor. La aplicación de estos cambios en el pensamiento aritmético puede transformar la manera en que los estudiantes comprenden las matemáticas, permitiendo que el álgebra se convierta en una extensión natural de la aritmética y que los conceptos algebraicos se adapten de manera natural a las operaciones y relaciones matemáticas en general.

Kieran (2004) refiere que el pensamiento algebraico necesita de la inclusión de habilidades de comprensión de relaciones entre cantidades, operaciones y variables. De esta forma, los estudiantes del nivel primario podrán identificar secuencias y patrones, además de las relaciones de cambio entre elementos.

De acuerdo con Van de Whale et al. (2014), para lograr el desarrollo del pensamiento algebraico en niños de primaria, se debe planificar actividades que incluyan la identificación de patrones y relaciones numéricas. De esta forma, docentes deben ser capaces de integrar la resolución de problemas y la modelización matemática en su planificación diaria, incentivando a los estudiantes a justificar matemáticamente sus procedimientos usados en la resolución de un problema.

Ideas semejantes a las de Van de Whale et al. (2014), las manifiesta Aké (2019) al plantear que para el desarrollo del pensamiento algebraico se deben planificar actividades de aprendizaje en las que se utilicen patrones numéricos, simbólicos y geométricos, así como su integración. Estas actividades deben practicar el uso del simbolismo y las variables como herramientas fundamentales para la modelización matemática. Por ende, estas rutas permitirán a los estudiantes generalizar mediante el estudio de funciones y propiedades numéricas. Carpenter et al. (citado en Godino et al., 2014) ponen en manifiesto que para que el estudiante logre desarrollar su razonamiento algebraico se debe:

Desarrollar el pensamiento relacional por medio de la identificación de las relaciones numéricas que se encuentran en una o varias expresiones, es decir, encontrar cómo las cantidades se vinculan con magnitudes establecidas en un problema.

Convertir dichas expresiones o ecuaciones matemáticas. Esto significa que el estudiante busque expresiones equivalentes a la original haciendo uso de las operaciones básicas con el propósito de hacerla más sencilla.

Hacer uso de diversas propiedades en la transformación de estas expresiones por medio de la generalización.

Vergel (2019) plantea además una serie de consideraciones para guiar el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje del pensamiento algebraico:

El álgebra se debe considerar como parte de la aritmética; sin embargo, se distingue de la aritmética cuando se inicia la acción de manipular expresiones generales en lugar de operar con números específicos.

No se debe considerar una necesidad indispensable la utilización de símbolos alfanuméricos, es decir, el álgebra no depende exclusivamente de una notación simbólica, pues, los constructos algebraicos se pueden representar también por medio de un lenguaje verbal o gráfico.

El pensamiento algebraico implica la noción de indeterminación, la cual se debe dar de forma gradual. En este caso, se debe considerar el nivel de aprendizaje de cada estudiante para la planificación de sus actividades, así como fomentar el trabajo cooperativo entre docente y estudiantes.

La acción simbólica se considera una parte integral del pensamiento algebraico y se categoriza como algebraica. Sin embargo, las tareas en las que la generalización se realiza a través de sistemas simbólicos diferentes se denominan actividades cuasialgebraicas y no se consideran auténticamente algebraicas.

Lo descrito por los diversos autores conlleva a comprender de qué manera un estudiante va logrando desarrollar su pensamiento algebraico. En ese sentido, Godino et al. (2014) propone cuatro niveles de algebraización para identificar los avances de un estudiante del nivel primario en este tipo particular de razonamiento matemático.

Nivel cero: El estudiante se enfrenta a objetos particulares, los cuales son expresados a través de un lenguaje natural, numérico, icónico o gestual. También, pueden aparecer símbolos que representan un valor desconocido, que se obtiene mediante operaciones realizadas sobre esos objetos en particular. En términos de tareas de generalización, el simple hecho de reconocer la regla recursiva que vincula un término con el siguiente en casos específicos no indica, por sí solo, que se haya logrado una verdadera generalización.

Nivel uno: Un estudiante debe comprender objetos intensivos, es decir, generales, cuya generalidad se reconoce explícitamente a través del lenguaje natural, numérico, icónico o gestual.

Pueden aparecer símbolos que hagan referencia a estos objetos intensivos, pero sin operar directamente con ellos. A partir de las tareas estructurales se identifican propiedades, equivalencias numéricas y relaciones, mientras que en las tareas funcionales se reconoce la generalidad expresada en un lenguaje distinto al literal-simbólico.

Nivel dos: Para ubicar a un estudiante en este nivel, este deberá enfrentar situaciones que involucran cantidades indeterminadas o variables que se expresan a través del lenguaje simbólico o literal-simbólico, que hacen referencia a los elementos generales reconocidos, aunque vinculados a la información del espacio-temporal. En tareas estructurales, las ecuaciones siguen la forma $Ax \pm B = C$. En cambio, en tareas funcionales, la generalidad se reconoce a través de un lenguaje distinto al literal-simbólico.

Nivel tres: En este tercer nivel, un estudiante logra generar objetos intensivos representados de forma simbólica-literal. Con ellos se realizan operaciones y se realizan transformaciones en las expresiones simbólicas manteniendo su equivalencia. Además, se trabaja con incógnitas para resolver ecuaciones del tipo $Ax \pm B = Cx \pm D$, así como para formular reglas canónicas que expresen funciones y patrones de forma simbólica y descontextualizada.

1.2.3. Conceptualización de los patrones matemáticos

Los patrones matemáticos pueden ser entendidos como secuencias ordenadas por medio de una regla o estructura que se puede repetir, lo que permite establecer relaciones y generalizaciones. Este concepto tiene su importancia en el desarrollo del pensamiento algebraico en las primeras etapas de educación en un niño, puesto que les permite la activación de capacidades tales como la identificación de regularidades, la predicción de situaciones y la simbolización (Acosta et al., 2022).

En concordancia con la definición de Acosta et al. (2022), Radford (2006) amplía el concepto al considerar a los patrones matemáticos como una práctica integral al pensamiento algebraico, en la medida que posibilita la búsqueda de regularidades y la elaboración de relaciones mediante símbolos. Este autor indica que los patrones no son solamente ordenaciones de secuencias de elementos, sino que tienen a su vez un aspecto configurativo que permite a los alumnos construir significados a partir de las relaciones que establecen. De esta manera, la generalización de patrones es un proceso cognitivo que pertenece en cierta medida a la percepción y en otra, a la conceptualización, es decir forma un vínculo entre lo concreto y lo abstracto. En consecuencia, tanto la definición estructural de los patrones como su uso simbólico y narrativo resaltan la importancia que tienen en el aprendizaje matemático y en el desarrollo de competencias relacionadas al razonamiento lógico-formal.

Así también, es conveniente identificar la clasificación de los patrones matemáticos, de tal manera que permita establecer una relación con sus dimensiones, además de poder tener una mirada más precisa en el momento de la planificación de actividades dentro de un salón de clases. En ese sentido, los patrones matemáticos se clasifican en dos grupos: patrones de repetición y de crecimiento. Los patrones de repetición se definen como aquel conjunto de elementos organizados que se repiten considerando intervalos en la secuencia, los cuales favorecen su predicción; por ejemplo, las secuencias ABAB o ABCABC. Estos tipos de patrones cumplen un rol importante en la educación primaria, pues, permiten a los alumnos detectar regularidades a través de los procesos de observación y manipulación concreta (Acosta et al., 2022). Por otro lado, los patrones de crecimiento son aquellos en los que cada número en una secuencia depende de los números anteriores según una cierta regla, como las secuencias aritméticas y geométricas (Mulligan y Mitchelmore, 2009).

Dentro de los patrones de repetición, se pueden establecer actividades teniendo en cuenta la coloración, forma, tamaño o sonido de sus elementos. Estos patrones al tener la característica de ser cercanos a los niños son más perceptibles para ellos y, por tanto, facilita su comprensión por medio de la identificación y extensión de los mismos. De esta manera, contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico porque implican procesos de generalización en los que se intenta establecer una regla de formación. Esta involucra comprender el núcleo repetitivo que respalda la formación del patrón (Rittle-Johnson et al., 2013).

Por el contrario, los patrones de crecimiento se clasifican en función de la complejidad de la relación que determina la sucesión. Por ejemplo, la secuencia 2, 4, 6, 8..., que es un patrón lineal, se basa en atributos de los elementos con una diferencia común, mientras que las sucesiones de tipo no lineales dificultan la abstracción y generalización (Zapatera, 2018). Asimismo, los patrones espaciales que pertenecen a configuraciones geométricas como mosaicos o estructuras simétricas requieren de una interpretación gráfica. Estos se pueden considerar importantes dentro de los patrones de crecimiento, pues se caracterizan por su aspecto visual, que ayuda al desarrollo del pensamiento aritmético, algebraico, espacial y geométrico (Rodríguez, 2020; Mulligan y Mitchelmore, 2009). Rodríguez (2020) propone el siguiente ejemplo de patrones de crecimiento geométricos, partiendo de las figuras poligonales que van formando las abejas en la construcción de su panal (ver Figura 1).

Figura 1 Ejemplo de patrones geométricos elaborados con polígonos hexagonales

□

Nota. Imagen tomada del trabajo de grado de Rodríguez (2020) para ejemplificar una situación propuesta a estudiantes sobre patrones geométricos.

El problema propuesto por Rodríguez (2020) se indica que una abeja inicia la construcción de la primera celda de su panal formando 6 paredes; para la siguiente celda junto a la primera, se han formado 11 paredes; para unir la siguiente celda se han necesitado 16 paredes, y así consecutivamente. De este patrón creciente gráfico, se identifica que el autor propone al estudiante traducir cada uno de los elementos figurales en cantidades aritméticas y que posteriormente descubra una regularidad y prosiga con la generalización. De esta manera, por medio de esta situación se pretende movilizar las capacidades de observación, análisis, abstracción, entre otras. A partir de este tipo de problemas, se desarrolla el pensamiento algebraico.

1.2.4. Generalización de patrones en el desarrollo del pensamiento algebraico

Vergel (2019) considera el pensamiento algebraico como una manera específica de abordar el razonamiento matemático, valorando la identificación de patrones generalizados como uno de los enfoques más significativos para introducir el concepto de álgebra en el entorno escolar. Ideas similares comparten Van de Whale et al. (2014), quienes mencionan que el pensamiento algebraico se forma por medio de generalizaciones. En ellas, el estudiante se enfrenta a problemas con cantidades numéricas y cálculos mentales, lo que formaliza sus estrategias de solución a través de símbolos y los conceptos de patrones y funciones.

Mason (1985, citado en Butto y Rojano, 2004) resalta la importancia de la generalización como una habilidad esencial en el pensamiento matemático y algebraico. Indica además que la generalización es un paso en la dirección de la abstracción en matemáticas y puede enseñarse a través de actividades con patrones o regularidades en situaciones de la vida cotidiana. Los pasos a seguir por los estudiantes incluyen reconocer un patrón, expresarlo, escribirlo y verificar su validez, lo que les permite aprender a utilizar términos algebraicos. De este modo, para que el estudiante comunique su razonamiento algebraico, necesita identificar un patrón o regularidad, y posteriormente comunicarlo con sus propias palabras.

Pulido (2021) menciona que el desarrollo de actividades con patrones figurales son una gran herramienta para que los estudiantes desarrollen el pensamiento algebraico sin necesidad de recurrir inmediatamente a los símbolos. Específicamente, el autor afirma que los patrones geométricos ayudan a los estudiantes a identificar regularidades visuales y las extiendan hacia patrones más complejos. Esta estrategia es especialmente útil en los primeros años escolares, ya que facilita la abstracción necesaria sin abrumar a los estudiantes con notaciones simbólicas.

Un actor importante en dicho proceso es el docente, con respecto a su actuar pedagógico y los materiales que planifique. Efectivamente, Acosta (2022) menciona que las actividades elaboradas para el aprendizaje sobre las generalizaciones deben estar dirigidas para que cada niño pueda reconocer, extender e interpolar el elemento o unidad de repetición. Para ello, se debe prestar atención a la regla estructural de una secuencia.

Según Papic y Mulligan (2007), este proceso de generalización de patrones se debe iniciar con tareas con patrones simples, por ejemplo, mostrarles actividades que impliquen el uso de recursos manipulativos y juegos a través de los cuales aprendan a copiar o extender patrones. Tales experiencias tempranas son importantes porque preparan sus procesos mentales para el pensamiento algebraico temprano, por medio de la observación de regularidades y la creación de relaciones estructurales.

Por eso, dentro de la planificación de actividades para la enseñanza de patrones se deben considerar situaciones que vayan desde contextos concretos hasta abstractos, promoviendo de esta manera que los niños vayan teniendo una comprensión gradual de estos nuevos objetos matemáticos. Según Alsina (2019), esta progresión se debe iniciar con actividades y juegos con objetos que los niños puedan manipular; luego, se debe continuar con la ejecución de actividades donde se hagan uso de recursos tecnológicos y literarios y, finalmente, se debe culminar con la utilización de representaciones gráficas y formales. Esta perspectiva secuencial no solo permite a los estudiantes aprender los patrones, sino que también fortalece sus capacidades para que puedan abordar problemas más complejos a través de la búsqueda y abstracción de regularidades (Acosta y Alsina, 2022).

De este modo, Radford (2006) expresa que, durante el proceso de enseñanza en la generalización de patrones, las actividades de aprendizaje deben ser planificadas de tal modo que los estudiantes atraviesen por tres niveles de generalización, cada uno caracterizado por el tipo de expresión que utilizan. En una primera etapa, un estudiante debe desarrollar generalización factual, por medio de gestos, movimientos y palabras simples, como señalar y decir, por ejemplo "más 2", para expresar sus ideas de manera concreta.



Posteriormente, atraviesa una generalización contextual, donde expresan ideas como "arriba quito uno" o "dos veces la figura menos uno"

, reflejando un pensamiento más estructurado. Finalmente, logran alcanzar una generalización simbólica, en la que las ideas se ven transformadas en símbolos algebraicos, lo que les permite expresar relaciones matemáticas complejas con fórmulas como $n + (n-1)$ o $(2n-1)$.

Asimismo, Azarquiell (1993, citados en Rojas y Vergel, 2014) considera que el proceso de enseñanza aprendizaje para el desarrollo de la generalización algebraica implica tres etapas.

La primera refiere que el estudiante debe identificar regularidades y relaciones entre estos; la segunda etapa refiere que el estudiante debe expresar lo que ha logrado percibir de las regularidades y sus relaciones y, por último, deben expresar dichos patrones por medio de un lenguaje formal algebraico. Kaput (2000, citados en Rojas y Vergel, 2014) propone que la generalización de patrones no se aleje del pensamiento aritmético, con la finalidad de que esta transición se vea como una evolución natural de estos nuevos conceptos matemáticos. De esta manera, se evita que los estudiantes enfrenten vacíos en su aprendizaje cuando pasan de trabajar con números a trabajar con elementos propios del álgebra.

En ese sentido, cuando se generan vacíos en el desarrollo del pensamiento algebraico, uno de los mayores retos que enfrentan los estudiantes es el uso correcto de los símbolos. Sin embargo, Rojas y Vergel (2014) muestran que no es necesario introducir los símbolos de inmediato. En su lugar, los estudiantes pueden empezar trabajando con representaciones geométricas o verbales, que más adelante se transforman en expresiones simbólicas. Este enfoque gradual facilita la comprensión del álgebra, permitiendo que los estudiantes no solo asimilen progresivamente su razonamiento abstracto para el logro de generalizaciones, sino que logren utilizar diversas estrategias para resolver un problema.

Precisamente, Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez (2022) afirman que para resolver un problema sobre generalizaciones, los estudiantes aplican estrategias como el recuento, la estrategia recursiva, la funcional y la utilización de gráficos y tablas. Estas estrategias permiten a los estudiantes trabajar con patrones repetitivos y patrones crecientes (lineales y no lineales), así como desarrollar una comprensión más sólida entre las relaciones matemáticas.

Papic y Mulligan (2011) afirman que cuando los niños desarrollan tareas donde intervienen patrones repetitivos y crecientes no solo promueven sus capacidades lógico-matemáticas, sino también desarrollan su capacidad de razonamiento espacial y memoria operativa. Por ejemplo, las actividades que involucran patrones geométricos o tablas numéricas permiten a los niños reconocer estructuras subyacentes y relaciones entre diferentes áreas matemáticas. Asimismo, las investigaciones han demostrado que el desarrollo de intervenciones pedagógicas basadas en patrones mejora significativamente en la comprensión de problemas matemáticos a largo plazo, especialmente en operaciones con multiplicación y razonamiento proporcional.

Integrar el razonamiento proporcional como parte del proceso de generalización es importante para que la transición del pensamiento numérico al abstracto no se realice de manera abrupta para un niño. Según Butto y Rojano (2004), las actividades que exploran relaciones proporcionales utilizando secuencias geométricas o gráficos ayudan a los estudiantes a notar variaciones funcionales y formular reglas generales. Por ejemplo, trabajar con tablas de proporciones o reconocer relaciones entre las variables en problemas contextualizados ayuda a la comprensión de conceptos algebraicos como la variable o el número generalizado.

Conforme los niños van mejorando su nivel de comprensión, el proceso de generalización se debe ir graduando a niveles más complejos tales como los patrones de crecimiento. Este tipo de patrones requiere que los niños formulen reglas que explican el cambio entre los elementos de la secuencia, de esta manera los niños desarrollan su razonamiento algebraico (Rittle-Johnson et al., 2013).

Zapatera (2018) propone tres niveles para el aprendizaje de la generalización de patrones en los niños. En un primer nivel, considera lo que denomina generalización cercana, la cual consiste en la identificación de términos pequeños y de fácil reconocimiento; un segundo nivel corresponde a la generalización lejana, en la que un niño requiere elaborar una regla para calcular términos más complejos; y el último nivel consiste en la formulación de una regla general que permita encontrar cualquier término de una secuencia.

Las siguientes imágenes muestran problemas propuestos en la evaluación muestral del año 2013 para determinar el logro de aprendizajes del área de matemática en estudiantes de sexto grado de primaria. Es necesario analizar estos problemas, pues sirven para contrastar lo mencionado por los autores citados en el proceso de generalización de patrones.

Figura 2
Interpretación de regularidades

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013.
Figura 3 Ficha técnica del problema propuesto sobre interpretación de regularidades

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013, en la que se presenta la ficha técnica con la información referente al problema antes propuesto.

Figura 4 Resultados obtenidos

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013, en la que se presentan los resultados cuantitativos tras la aplicación del problema sobre interpretación de regularidades.

El enunciado de los ganchos expuesto en la Figura 1 tiene como objetivo determinar de qué manera los estudiantes son capaces de descubrir la relación que existe entre el número de hojas y los ganchos involucrados. De acuerdo con el análisis de tal informe, un estudiante puede resolver este problema basándose en el hecho de que el número de páginas adicionales aumenta el número de ganchos en dos, como vemos en la tabla dada. Este proceso implica un tipo de razonamiento en etapas: primero, investigar cómo varía el número de ganchos al aumentar el número de hojas; segundo, expresar esta relación en forma de una expresión algebraica. Esto apoya a lo que menciona Radford (2006), quien afirma que el aprendizaje algebraico se da progresivamente, pasando desde una observación concreta, de un hecho contextual, estableciendo la relación entre ganchos y hojas a partir del análisis de las cantidades y finalizando en una generalización simbólica.

Asimismo, el estudio señala que este tipo de actividades le permiten generar la sistematización de la información y proyectar regularidades a situaciones nuevas, lo que resulta fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico.

Figura 5
Secuencia numérica

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013, sobre un problema cuyo objetivo es la interpretación de una secuencia y determinar el término siguiente, explicando, además, el procedimiento empleado.

Figura 6 Ficha técnica del problema propuesto sobre secuencia numérica

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013, en la que se presenta la ficha técnica con la información referente al problema propuesto.

Figura 7 Resultados obtenidos

□

Nota. Imagen obtenida del Informe de Evaluación de Matemática en Sexto Grado, 2013, en la que se presentan los resultados cuantitativos tras la aplicación del problema sobre secuencia numérica.

El problema propuesto en el que se presenta una secuencia numérica, como podemos ver en la Figura 5, evalúa la capacidad de los estudiantes para identificar un patrón aditivo (el cual refiere a adicionar progresivamente 5 unidades) y explicar cómo se llegó al siguiente término. El informe indica que los estudiantes logran resolver este problema observando las constantes diferencias entre dos números consecutivos y sumándole 5 al último término conocido. Esto se relaciona con lo que Mason (1985) explica cuando un niño identifica un patrón:

primero, deben haber sido formados en su mente y, luego, verbalizar dicha regularidad. Sin embargo, el análisis da prueba de que algunos estudiantes logran identificar correctamente la mayoría de los patrones, pero encuentran difícil articularlo, lo que requiere reforzar estrategias de comunicación en matemáticas. Esto es consistente con lo señalado por Kaput (2000), quien recomienda conectar patrones con conceptos aritméticos previos para establecer una base más sólida para el razonamiento algebraico.

Además del establecimiento de relaciones estructurales, permitir que un niño pueda generalizar patrones es importante para que posteriormente establezca relaciones estructurales; implica un proceso cognitivo progresivo, desde la generalización factual, que se basa en gestos, lenguaje natural, trabajo con números, hasta posiciones entre los elementos de una secuencia. Avanza hacia la generalización contextual que está estructurada en lenguaje verbal y finalmente culmina en una generalización simbólica que se representa en expresiones algebraicas (Radford, 2006). Zapatera (2018) afirma que este desarrollo gradual se puede observar en tareas de generalización inmediata, cercana y lejana, dependiendo de qué término en una secuencia se esté buscando, lo que fortalece este aprendizaje con el trabajo con números, sus valores relativos, la identificación de posiciones pares e impares según la ubicación de un término en la secuencia, etc.

Del mismo modo, Rojas y Vergel (2014) refieren que es importante, durante el desarrollo de actividades con patrones, procurar que los niños hagan uso de tablas, gráficas o alguna otra estrategia para comunicar su comprensión sobre las regularidades que identifiquen en una secuencia. De esta forma, el enfoque de la enseñanza matemática se fortalece por medio de la comunicación. Cuando los estudiantes descubren y justifican verbalmente sus suposiciones, no solo aumentan su comprensión, sino que también aprenden a hacer suposiciones fundamentadas y validar sus conjeturas (Radford, 2006).



Ambos problemas se ubican en diferentes grados de complejidad dentro de la construcción del pensamiento algebraico. El problema de ganchos tiende a desarrollar capacidades relacionadas al razonamiento funcional, mientras que el problema numérico se centra estrictamente en un patrón lineal en un contexto un poco más sencillo. Papic y Mulligan (2007) argumentan que esas actividades son complementarias entre sí, ya que permiten la apreciación de patrones tanto crecientes como repetitivos y desarrollan características importantes como la memoria de trabajo y el razonamiento lógico-matemático.

También, tal como apunta Alsina (2019), es preciso crear tareas que lleven a cada niño a realizar desde actividades en un contexto práctico-realista hasta problemas más abstractos. Como es el caso del problema de los ganchos, estos podrían incluir gráficas del número de ganchos en función del número de hojas. Con respecto al problema con elementos numéricos, deberíamos considerar el uso de tablas o diagramas donde se aprecie las diferencias fijas entre dos elementos que son continuos, así como las relaciones más importantes respecto a regularidades y cambios que los estudiantes deben aprender. Por último, incluir estrategias tales como las que proponen Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez (2022), basadas en los patrones gráficos y los patrones tabulares, pueden complementar muy bien estas actividades.

Estas herramientas refuerzan las conexiones entre diferentes representaciones matemáticas, así como favorecen el desarrollo de habilidades cognitivas clave como la abstracción o el razonamiento proporcional, factores que hacen a los estudiantes estar más preparados para problemas matemáticos elaborados conforme atraviesan sus grados académicos.

A continuación, se presenta un ejemplo sobre patrones repetitivos para una mejor comprensión sobre este tipo de tareas.

Como parte de la decoración por el aniversario de su escuela, Greta y sus compañeros fueron encargados de realizar los banderines. Ellos han propuesto el siguiente modelo:

□

Figura 8 Banderines diseñados con patrón de repetición

Nota. El problema fue adaptado de Rutas del Aprendizaje del Ministerio de Educación (2013).

El diseño propuesto por el grupo de Greta, es utilizado por el docente de matemática para realizar las siguientes preguntas:

¿Qué puedes observar en la secuencia formada por cada banderín?

¿Qué pieza es la que continúa para formar el siguiente banderín?

¿De qué manera te das cuenta de que es la pieza que sigue?

¿Cómo podrías describir la secuencia de los colores y formas de cada banderín?

¿Hay alguna relación en el orden de los colores y formas?

¿Qué grupo de banderines da origen a la secuencia que se ha formado?

¿Qué pasa si se intercambian los colores de los banderines en el diseño?

1.2.5. El pensamiento algebraico según el Currículo Nacional del Perú

El Ministerio de Educación del Perú pone en manifiesto el desarrollo del pensamiento algebraico en su documento normativo para el nivel primario, por medio de la competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio". En el documento denominado Diseño Curricular Nacional se mencionan las pautas para desarrollar competencias matemáticas en la educación primaria, en particular la referente al pensamiento algebraico.

Según el Ministerio de Educación del Perú (2016), el estudiante debe ser capaz de afrontar las siguientes actividades

Resolver situaciones en donde intervengan equivalencias, regularidades o relaciones de cambio entre dos magnitudes o expresiones, para las cuales debe traducir ecuaciones que combinen las cuatro operaciones básicas en expresiones de desigualdad o en relaciones de proporcionalidad directa.



Identificar patrones repetitivos que combinan criterios geométricos y cuya regla de formación está vinculada a la posición de sus elementos.

Mostrar su comprensión sobre el término general de una secuencia, las condiciones de desigualdad representadas por los signos $>$ y $<$, y la relación proporcional como un cambio constante, haciendo uso de un lenguaje matemático formal y de diversas formas de representación.

Aplicar recursos, estrategias y propiedades de las igualdades para resolver ecuaciones o encontrar valores que cumplen una condición de desigualdad o proporcionalidad, y emplear



repositorio.minedu.gob.pe

<https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/11382/Conocimiento%20profesional%20del%20docente%20de%20matem%C3%A1tica%20sobre%20sucesiones%20num%C3%A9ricas%20y%20sus%20patrones%20...>

[procedimientos para crear, continuar o completar patrones.](#)

Formular afirmaciones a partir de sus experiencias

sobre patrones y sus elementos no inmediatos, justificándolas con ejemplos, procedimientos y propiedades de igualdad y desigualdad.

A continuación, se muestran imágenes referidas a situaciones propuestos por el Ministerio de Educación del Perú para el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de sexto grado de primaria.

Figura 9 Situación 1: Patrones geométricos.



□

Nota. La imagen muestra una situación propuesta en el Cuaderno de Trabajo 6 - Matemática del Ministerio de Educación del Perú, en la que se plantea un problema sobre la identificación de patrones geométricos.

El problema mostrado en la imagen tiene como objetivo que los estudiantes reconozcan y describan la forma en la que un objeto geométrico se repite, considerando un contexto cultural. Al plantear esta situación se propicia la observación de regularidades, pues por medio de la identificación de patrones recurrentes en el manto, el estudiante establece

relaciones y comprende conceptos matemáticos. Al identificar los patrones recurrentes en el manto, el estudiante comienza a establecer relaciones y a comprender conceptos algebraicos de forma intuitiva, lo que favorece esa transición natural desde objetos concretos visuales hacia conceptos más abstractos, como secuencias y regularidades. Las preguntas formuladas en el problema planteado buscan que el estudiante reflexione de manera consciente sobre los patrones observados, su ciclo repetitivo y las relaciones entre ellos.

Por eso, la situación propuesta busca además que el estudiante analice en detalle cada parte del manto, asimismo, que verbalice las características de dicho diseño. Esto permite no solo la construcción de un lenguaje geométrico, sino también una introducción implícita al lenguaje algebraico, a través de la descripción y la generalización de las regularidades observadas. Del mismo modo, el problema es una oportunidad para que los niños comprendan y exploren las transformaciones geométricas, al observar de qué manera estas formas se repiten y van creando figuras y patrones por medio de la reflexión, rotación o traslación, lo que favorece el desarrollo de sus capacidades de análisis y su manipulación de dichas transformaciones.

En este contexto, se busca que los estudiantes entiendan cómo se pueden expresar dichos patrones mediante el lenguaje matemático, como las distribuciones algebraicas o las progresiones aritméticas. Durante el desarrollo de la situación, los estudiantes pueden presentar posibles errores tales como la identificación incompleta de un patrón o la confusión de elementos geométricos homologados pero diferentes. En caso de que se den estas dificultades, se pueden utilizar preguntas como:

¿Qué ocurre si continuas con el patrón si se cambia la dirección del objeto que se repite?

¿De qué modo representarías ese patrón en forma matemática?

Reconociendo las escenas repetitivas del manto, el alumno empieza a formular ideas y a conocer interrelaciones algebraicas de manera casi intuitiva, lo cual facilita esta forma de aprender que va desde lo visual más tangible hasta la abstracción de ideas en conceptos complejos tales como secuencias o regularidades.

Figura 10 Situación 2: Patrones geométricos.

□

Nota. La imagen muestra una situación propuesta en el Cuaderno de Trabajo 6 – Matemática del Ministerio de Educación del Perú, en la que se muestra un problema sobre generalización de patrones de repetición haciendo uso de representaciones gráficas.

En esta situación propuesta se observan dos tipos de diseños que conforman la cenefa: peces y olas. En el caso de los peces están organizados de manera simétrica y alternada, lo que supone un patrón visual continuo.



Las olas, por su parte, presentan un diseño repetitivo en forma de espiral que sigue una secuencia lógica.

Las preguntas planteadas tienen como objetivo orientar al estudiante a analizar el diseño en términos de patrones. La primera pregunta promueve la descripción de formas y la manera en que se disponen los peces, pretendiendo obtener respuestas acerca de la simetría y alternancia. La segunda se centra en las olas, que al ser repetitivas y curvas, sugieren un patrón geométrico simple.

En cuanto a la pregunta de si la cenefa es un patrón, se quiere lograr que el estudiante comunique por medio de las características del diseño su comprensión sobre lo que considera como un patrón, al reconocer una regularidad entre los elementos, tanto en el diseño de los peces como en el de las olas. Este problema tiene una intención clara de la identificación de patrones, por medio del trabajo con formas simétricas, secuencias y repeticiones en contextos significativos y culturales.

Cuando el estudiante se enfrenta a esta situación problemática, es normal que surjan errores por parte de los alumnos, tales como limitarse a la repetición de un elemento y olvidar que un patrón puede presentar alternancia, simetría o diferentes elementos en su secuencia. Un error también podría ser confundir la regularidad entre los elementos que conforman el diseño repetitivo de un patrón. Para retroalimentar, se pueden formular preguntas como:



¿Qué observas en la posición y orientación de los peces?

¿Cómo se relacionan con las formas de las olas entre sí?

¿Qué sucede cuando alteramos el orden o dirección de los peces, de continuar siendo parte de un patrón?

Estas preguntas pueden orientar a los niños a promover su reflexión sobre los rasgos de un patrón, como son la alternancia, la simetría y la repetición lógica, buscando una mejora en su entendimiento de los elementos geométricos relevantes en lo que solicita la situación.

Figura 11 Situación 3: Relacionar cada término con el crecimiento lineal y el crecimiento no lineal. Secuencia con términos crecientes

□

Nota. La imagen muestra una situación propuesta en el Cuaderno de Trabajo 6 – Matemática del Ministerio de Educación del Perú, en la que se muestra un problema sobre generalización de patrones de incremento lineal (cantidad de cuadrados por lado) y no lineal (total de cuadrados en la figura).

La actividad presentada en la imagen busca que el estudiante identifique y analice regularidades entre los elementos cuadrados de la secuencia de una secuencia ascendente. El problema orienta a los estudiantes a que repliquen las formas recortando papel y que reflexionen sobre el número de fichas requeridas para construir la quinta figura, lo que les permite hacer una predicción basada en la regularidad observada.

Asimismo, ofrece comentarios de apoyo al estudiante, con lo que se propone que descubra el crecimiento de la cantidad de cuadraditos que forman cada lado de las figuras mostradas como primeros elementos de la secuencia. De esta manera, se va orientando al estudiante a que trabaje en primer lugar con elementos matemáticos, sin dejar de ser abstractos, para que luego encamine su proceso de generalización y comunicación matemática de forma natural.

Cuando un estudiante intente resolver este problema, podría tener dificultades en su apreciación de la figura en varios aspectos. Por ejemplo, puede suponer que la variación de crecimiento entre los términos es lineal en vez de ser cuadrática; además, puede confundir el número de fichas necesarias para completar la figura con el número de fichas que hay en uno de los lados e incluso puede no detectar apropiadamente cómo se relacionan las figuras previas con la figura siguiente en la secuencia. Para retroalimentar estos errores, se pueden plantear preguntas como:

¿Hay algún cambio en el total de fichas cuando se pasa de una figura a otra?

¿Cuántas figuras se añaden o se quitan para llegar a la siguiente figura?

Si cada lado de la figura está compuesto por más fichas, ¿tiene alguna consecuencia en el total de fichas de toda la figura?

¿Qué pasaría si empezamos a construir la figura cinco con el mismo orden lógico? ¿Cómo comprobarías tu resultado?

Método

El presente estudio sigue un enfoque cuantitativo, es de diseño no experimental, descriptivo y de tipo básico.

El enfoque de la investigación es cuantitativo, pues por medio de la aplicación de un instrumento se recolectará, analizará y organizarán datos cuantitativos que aborden el problema de la investigación. Este enfoque permitirá la identificación de relaciones y tendencias que ayuden a entender de forma más objetiva el problema estudiado. Con ello, se medirá el nivel de logro en el proceso de generalización de patrones en los niños de sexto grado de primaria. Los resultados permitirán respaldar las conclusiones de la investigación (Hernández et al., 2014).

Del mismo modo, Hernández et al. (2014) señalan que un estudio no experimental se da por medio de la observación y el análisis de las variables en su entorno natural sin manipulación intencional, para recopilar información y responder preguntas de investigación.

Es descriptivo, ya que permite caracterizar las propiedades, peculiaridades y perfiles de individuos, grupos, comunidades, procesos, objetos y otros fenómenos que son de interés en el estudio (Hernández et al., 2014). Es decir, en la investigación se caracterizarán los procesos de generalización que siguen los estudiantes de sexto grado de primaria, con el fin de contrastar la teoría planteada.

El presente estudio es básico y se conoce también como investigación pura o fundamental. Hernández et al. (2014) definieron la investigación básica como aquella que se basa en un marco teórico, analiza teorías y profundiza en las mismas para enriquecer el conocimiento científico o filosófico. Este estudio permitirá identificar el proceso de generalización de patrones en los niños de sexto grado de primaria, de tal modo que dicha información sirva para contrastar las teorías y los antecedentes investigados.

Variables

La variable generalización de patrones se entiende como la capacidad que desarrollan los estudiantes cuando identifican, reproducen y extienden regularidades planteadas en secuencias. Esta variable se operacionalizó considerando tres dimensiones: generalización cercana, la cual está presente cuando un estudiante identifica términos inmediatos o muy cercanos que continúan en una secuencia. La generalización lejana, que se refiere a aquella que implica el reconocimiento de un término lejano a la secuencia; para ello el estudiante deberá identificar el núcleo de repetición o la forma en que se van distribuyendo los términos con la finalidad de obtener ese término alejado de los primeros. Por último, la regla de formación, la cual señala una correspondencia entre todos los términos por medio de una ecuación; esta regla de formación se define por símbolos que representan las posiciones de los elementos caracterizadas por la relación entre símbolos y números.

Estas dimensiones serán analizadas por medio de tres indicadores. Se determinaron los patrones de repetición, los cuales evidencian la capacidad de los estudiantes para identificar regularidades basados en su núcleo de repetición en una secuencia; los patrones de recurrencia numérica, que se refieren a la identificación de las relaciones entre los términos numéricos en una sucesión; y, por último, los patrones de recurrencia gráficos numéricos, que combinan representaciones gráficas y simbólicas para el reconocimiento de regularidades.

Participantes o cuerpo de investigación

Arias-Gómez et al. (2016) describe la población del estudio como el conjunto de casos o elementos que el investigador ha definido según criterios previamente establecidos, según el objetivo de la investigación. En consecuencia, en este estudio la población consistió en los estudiantes de 6° grado del nivel primario de una institución educativa del distrito de Huarmaca, Piura. Los cuales se caracterizan por tener la misma edad, no haber repetido algún año previo, además de pertenecer a la localidad.



Esta homogeneidad, permitió en el estudio analizar el desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes de 6° grado de primaria en condiciones educativas similares y evitar sesgos derivados de diferencias curriculares o pedagógicas.

La selección de la institución educativa se hizo por conveniencia, dada la facilidad de acceso y coordinación con la escuela, lo que posibilitó llevar a cabo la aplicación de la evaluación dentro del tiempo previsto y sin interferir en el desarrollo normal de las actividades escolares. También, la proximidad institucional facilitó la comunicación con la dirección y el personal docente, asegurando que el proceso de recolección de datos estuviera organizado y se respetaran los protocolos de investigación con los estudiantes.

Además, se escogió realizar la investigación en estudiantes de sexto grado de primaria, debido a que, en esta etapa, los estudiantes se encuentran en un proceso de construcción de un pensamiento más abstracto, en el sentido de que los estudiantes ya están comenzando a integrar el razonamiento aritmético con el razonamiento algebraico, en consideración a la matriz de desempeños establecidos por el Ministerio de Educación. Es decir, en este nivel los estudiantes ya han tenido experiencias con patrones, regularidades y relaciones numéricas y en cuanto a sus habilidades matemáticas, en este nivel se aproximan a usar expresiones más simbólicas y razonamientos con justificación de sus procesos.

Según Hernández et al. (2014), las poblaciones censales constituyen una totalidad de elementos cuando la cantidad de elementos de la población identificada son lo suficientemente pequeños.



En este trabajo, se utilizó una población censal porque la totalidad de la población era de 27 estudiantes de sexto grado de primaria pertenecientes a una única aula de dicho nivel. Esto proporcionó información completa sobre el grupo, evitando así completamente errores de estimación y aumentando la fiabilidad de los resultados.

La decisión de trabajar con todos los estudiantes y no con una muestra se relaciona principalmente con el tamaño reducido del grupo y el deseo de contar con una perspectiva completa sobre el nivel de desarrollo del pensamiento algebraico en el grado seleccionado.

A su vez, esta decisión fue favorable en cuanto a la validez interna del estudio, ya que, al incluir a todos los estudiantes, se contó con todos los elementos del contexto educativo analizado, lo que permite un mejor análisis de los resultados.



Tabla 1

Distribución de la muestra de estudio a estudiantes

Estudiantes Hombres Mujeres Total

Sección única	13	15	27
Total	13	15	27

Nota. La tabla muestra la distribución



repositorio.unapikitos.edu.pe | Comprensión lectora y resolución de problemas matemático en estudiantes del sexto grado de primaria de la institución educativa pri...
<http://repositorio.unapikitos.edu.pe/handle/20.500.12737/5387>

de los estudiantes del sexto grado de primaria de la institución educativa de Huarmaca.

Técnicas e instrumentos.

Para el recojo de los niveles de logro en el proceso de generalización en los niños de sexto grado de primaria, se hizo uso de la evaluación que según Medina et al. (2023), esta técnica se puede utilizar para analizar ciertas características humanas como el nivel de aprendizaje, la personalidad, habilidades, y conocimientos, y se pueden aplicar en diversas áreas como: educación, psicología, medicina, o investigación de mercados. En este sentido, una evaluación se constituye a partir de un conjunto de ítems o preguntas que busca valorar una determinada variable. Estos ítems pueden ser preguntas de opción múltiple, preguntas de respuesta abierta, o tareas prácticas. De esto, las conclusiones acerca de la valoración de una variable se realizan a través de una puntuación a la respuesta de dicha pregunta, y con ello se va caracterizando según niveles estipulados.

Por lo tanto, como instrumento se utilizó la evaluación con la finalidad de identificar de qué manera se movilizan las capacidades a través de la generalización de patrones de repetición y recurrencia para el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de sexto de primaria de una institución educativa del distrito de Huarmaca, en Piura. Cabe destacar que esta evaluación es de construcción propia; la cual se elaboró teniendo en cuenta los componentes de los indicadores del pensamiento algebraico y los procesos de identificación, extensión y formulación de reglas en patrones numéricos y en gráficos, en coherencia con el marco teórico y el currículo nacional. Se intentó que los ítems propuestos recabaran evidencias sobre los niveles de reproducción, generalización y abstracción alcanzados por los estudiantes de sexto grado de primaria.

La primera situación planteada en la evaluación tuvo por finalidad analizar el proceso de generalización con patrones de repetición. Los estudiantes debieron reconocer y determinar posiciones de un elemento conforme su movimiento en cada uno de los términos de la secuencia. El proceso de generalización en esta situación se evaluó por medio de las siguientes preguntas.

Situación 1: Carmen va a una tienda comercial y observa una pantalla cuadrada en la que un círculo va cambiando de posición de esquina a esquina siguiendo una secuencia como se muestra en la imagen.

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Fig. 5 Fig. 6 Fig. 7 Fig. 8

Fig. 9 Fig. 10 Fig. 11 Fig. 12 Fig. 13 Fig. 14 Fig. 15

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Fig. 5 Fig. 6 Fig. 7 Fig. 8

Fig. 9 Fig. 10 Fig. 11 Fig. 12 Fig. 13 Fig. 14 Fig. 15

Generalización cercana: En esta secuencia, ¿en qué posición se ubicará el círculo en la figura 10 y en la 15? Dibuja el círculo en los siguientes cuadrados según corresponda.

Generalización lejana: Carmen estuvo frente a la pantalla hasta que apareció la figura 30. ¿En qué posición se ubicó el círculo en ese momento? Dibuja el círculo en el cuadrado a continuación y justifica tu respuesta.

Justificación

Justificación

Fig. 30

Fig. 30

Si se observan las 50 primeras figuras de esta secuencia, ¿cómo explicarías en qué posiciones se encuentra esta figura?

Justificación

Justificación

La segunda situación se planteó para el análisis del proceso de generalización por medio de los patrones de recurrencia numérica. Dicho problema se formuló bajo un contexto de ahorro monetario, que inicia con una cantidad determinada y aumenta diariamente conforme se ingresa un ahorro constante. El proceso de generalización en este problema planteado se evaluó por medio de la siguiente situación.

Situación 2: Catalina se está preparando para un paseo a un lugar turístico; para ello ha decidido ahorrar diariamente de la siguiente manera: el primer día ella tiene 4 soles y cada día siguiente ahorra 3 soles más durante un mes, como se muestra en la siguiente tabla.

Día 1 2 3 4 ...

Dinero ahorrado 4 7 10

Generalización cercana: ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 5?

Generalización lejana: ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 15? Explica cómo lo hallaste.

Regla de formación: Catalina expresa su total de dinero ahorrado en cada día de la siguiente manera:

Día Ahorro Total

Día 1 4 4

Día 2 4 + 3 7

Día 3 4 + 3 + 3 10

Día 4 4 + 3 + 3 + 3 13

Día 30

¿Qué operaciones matemáticas puede utilizar Catalina para calcular el dinero ahorrado hasta el día 30 que finaliza su ahorro?

Finalmente, el tercer problema planteado analizó el proceso de generalización a través de los patrones gráficos numéricos. En este problema, el estudiante debía analizar la cantidad de sillas en relación con su cantidad de mesas correspondientes. De este modo, se planteó la situación con sus respectivas preguntas para evaluar el proceso de generalización.

Situación 3: Para el cumpleaños de Greta, sus familiares están ordenando las sillas y mesas a fin de estar listos cuando lleguen los invitados. Ellos han decidido distribuir las mesas y sillas de la siguiente forma:

□

Entonces del gráfico, se observa que:

Cantidad de mesas 1 2 3 4 ...

Cantidad de sillas 4 6 ...

Generalización cercana: ¿Cuántas sillas podrán ordenarse en 5 mesas juntas?

Generalización lejana: ¿Cuántas sillas podrán ordenarse en 12 mesas juntas?

Regla de formación: Greta utilizó la cantidad de mesas y sillas para realizar la siguiente tabla:

Cantidad de mesas 1 mesa 2 mesas 3 mesas 4 mesas ... "n" mesas

Cantidad de sillas $4 = 1 + 3$ $6 = 2 + 4$ $8 = 3 + 5$...

Si se desea ordenar n mesas, ¿cómo podría Greta encontrar una expresión que indique la cantidad de sillas que se necesita?

Para la revisión de las situaciones planteadas se planificó un manual de evaluación por medio de criterios que permitieron clasificar cada respuesta de los estudiantes como correcta (2 puntos), parcial (1 punto) e incorrecta (0 puntos). Después de la evaluación de las respuestas realizadas por los estudiantes, los puntajes de cada uno de ellos fueron sumados y organizados en tres rangos: en Inicio (0–6 puntos), en proceso (7–12 puntos) y logrado (13–18 puntos). De esta manera, el cuestionario planificado permitió evidenciar el desarrollo del proceso de generalización de patrones en los estudiantes de sexto grado de primaria, considerando los objetivos, dimensiones e indicadores planteados en el siguiente estudio.

Validez y confiabilidad del estudio

La validez del estudio se aseguró a través de la evaluación del contenido del instrumento y las matrices de análisis mediante el juicio experto de tres educadores en educación matemática, quienes analizaron la relevancia, claridad, consistencia y adecuación de los ítems en relación con la generalización de las capacidades de patrones. Basándose en sus comentarios, se realizaron las modificaciones necesarias para asegurar que el instrumento representara adecuadamente el constructo de pensamiento algebraico.

Así mismo, se realizó la validación de consistencia interna de dicha evaluación, es decir, identificar la confiabilidad de la evaluación elaborada. De este modo, se evaluó esta confiabilidad por medio del coeficiente Alfa de Cronbach, el cual permite el análisis de la consistencia interna del cuestionario. Este coeficiente, permite evaluar el grado de relación existente entre los ítems de un instrumento y el grado de homogeneidad de la medición de un ítem,



sobre el mismo constructo. Consecuentemente,

para que una escala, y en este caso, los ítems del cuestionario, posean una consistencia interna, el coeficiente de Cronbach debe ser igual o mayor a 0,70 (Frías-Navarro, 2025).

Procedimiento de recolección de datos

La recolección de información se realizó en un solo día, durante los horarios de clase de los estudiantes de sexto de primaria de una institución educativa del distrito de Huarmaca, Piura.



Se estableció, de manera previa, una coordinación con la dirección de la institución y el profesor del aula, con el objetivo de definir la fecha y las condiciones para la aplicación de la evaluación. Dicha evaluación se dio de manera individual y de forma presencial, asegurando que todos los alumnos contaran con las mismas indicaciones y el mismo tiempo para resolver las situaciones propuestas. Durante la aplicación, el investigador actuó como observador, absteniéndose de intervenir en las respuestas de los alumnos, con la finalidad de resguardar la objetividad de la información que se recolectó.

Se proporcionó, además, un entorno de confianza a los alumnos, para que respondieran sin presión y con libertad, a fin de evitar respuestas inducidas. Todo este procedimiento, garantizó la obtención de información real y representativa del nivel de desempeño de los estudiantes.

Procesamiento y análisis de la información

Al recolectar la información a través de las evaluaciones, las respuestas de los estudiantes pasaron por un proceso de clasificación de respuestas basados en un manual de codificación que daba los criterios de respuesta correcta, respuesta parcial e incorrecta donde se analizaba no solo la respuesta del estudiante en preguntas de opción múltiple, sino también los procedimientos y razonamientos seguidos por los estudiantes a través de las preguntas de respuesta abierta. fueron clasificadas en una tabla, en la cual se organizó la información de acuerdo con los indicadores de generalización de patrones numéricos y gráficos. Con esto, las respuestas fueron calificadas considerando a la rúbrica que se diseñó para tal fin, la cual permitió distribuir el desempeño de cada estudiante según los niveles de reproducción, de extensión, de generalización y de abstracción. El procesamiento de los resultados se realizó a través del uso de tablas de frecuencia y de porcentajes, las que describieron el nivel de desarrollo al que se había llegado en el pensamiento algebraico de los estudiantes, lo que, a su vez, facilitó el análisis y la interpretación de la información. Este procedimiento sistemático permitió la obtención de tendencias y regularidades en los niveles de desempeño.

Consideraciones éticas

Con el fin de cumplir con los principios éticos de la investigación, dado que el estudio estuvo enfocado en estudiantes menores de edad, se tuvo que solicitar el permiso al director de la escuela por parte de un consentimiento informado (ver anexo), en donde, se le solicitaba el ingreso a la escuela que dirige, así como una previa comunicación con los padres de familia, para que permita la aplicación de la evaluación a sus menores hijos, asegurando que la participación fue completamente voluntaria.



Asimismo, se guardó la confidencialidad y el anonimato de los participantes, utilizando codificación para las respuestas, y evitando la divulgación de información identificativa. La información fue empleada exclusivamente para fines académicos y de investigación. Además, el bienestar emocional y académico de los estudiantes fue garantizado y se protegió durante todo el proceso. Las actividades realizadas no involucraron ningún tipo de riesgos o perjuicios para los participantes.

Por todo lo anterior, el estudio se desarrolló con el respeto que los derechos y la dignidad de los niños involucrados, merecen.

CAPÍTULO III RESULTADOS

En el presente capítulo se exponen los principales resultados obtenidos después de la aplicación de la evaluación elaborada, pero previamente se tendrá en consideración la validación por Alfa de Cronbach, la cual mostró el nivel de consistencia interna de dicha evaluación. Para el análisis cuantitativo de los resultados obtenidos de los estudiantes de sexto grado de primaria de una institución educativa de Huarmaca, se realizaron procedimientos estadísticos descriptivos y se organizaron en tablas.

Tabla 2

Confiabilidad - Alfa de Cronbach

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach N de elementos
0,876 9

Nota. El valor mostrado en la tabla 2, indica el nivel de confiabilidad según Alfa de Cronbach.

La evaluación aplicada tuvo un coeficiente Alfa de Cronbach igual a 0,876; lo que significa que tiene un grado de confiabilidad alto. Este resultado, por lo tanto, indica que las preguntas de la evaluación reflejan una adecuada consistencia interna y logran medir de manera coherente el proceso de generalización de patrones en el desarrollo del pensamiento algebraico. Por lo tanto, los datos obtenidos a través de esta evaluación son confiables, y dan sustento a los resultados de la investigación.


A continuación, se presentan los resultados de cada estudiante, los cuales sirvieron para obtener el valor del coeficiente de Alfa de Cronbach previamente mostrado. Se diferencié el desempeño realizado en cada pregunta por medio de colores, donde el color verde indica un desarrollo y justificación correcta (2 puntos); el color amarillo indica que la respuesta es parcial (1 punto); y el color rojo indica una respuesta incorrecta o no contestada (0 puntos). Esta presentación ordenada permite identificar, los resultados en cada uno de los estudiantes y el alcance de sus evaluaciones respecto a la generalización de patrones.

Tabla 3

Matriz de resultados de los estudiantes

Estudiante Situación 1 Situación 2 Situación 3

Patrón de repetición Patrón recursivo numérico Patrón recursivo gráfico numérico

 [hdl.handle.net](http://hdl.handle.net/11317/1506) | Generalización de patrones en sucesiones aritméticas figurales como estrategia para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes ...
<http://hdl.handle.net/11317/1506>

Generalización cercana Generalización lejana Regla de formación Generalización cercana Generalización lejana Regla de formación Generalización cercana Generalización lejana

Regla de formación

1 1 1 0 2 1 0 0 0 0
2 1 1 0 2 1 0 1 0 0
3 2 1 1 2 1 1 1 1 0
4 2 2 1 2 1 1 2 1 0
5 1 1 0 2 0 0 0 0 0
6 2 2 1 2 1 1 2 1 0
7 2 2 1 2 1 1 1 1 0
8 1 1 0 2 1 0 1 1 0
9 1 1 0 2 1 0 0 0 0
10 2 2 1 2 2 1 2 1 0
11 2 2 1 2 1 1 2 1 0
12 2 1 0 2 1 0 0 0 0
13 2 2 1 2 1 1 2 1 0
14 2 1 1 2 1 1 2 1 0
15 1 1 0 2 1 0 1 1 0
16 2 2 1 2 1 0 0 0 0
17 1 1 0 2 1 0 0 0 0
18 2 2 1 2 1 0 1 1 0
19 1 1 0 2 1 0 1 0 0
20 2 1 1 2 1 1 2 1 0
21 1 1 1 2 1 0 0 0 0
22 2 2 1 2 1 0 1 1 0
23 2 2 1 2 1 1 1 1 0
24 1 1 0 2 1 0 1 0 0
25 2 2 1 2 1 1 2 1 0
26 2 2 2 2 1 2 1 1
27 2 1 1 2 1 1 2 1 0

Tabla 4

Nivel de generalización de patrones en estudiantes de sexto grado de primaria

Generalización de patrones

Nivel de logro Frecuencia absoluta Frecuencia porcentual

Inicio 9 33.3 %

Proceso 16 59.3 %

Logrado 2 7.4 %

Total 27 100 %

Nota.



La tabla indica la distribución porcentual del nivel de logro en el proceso de generalización en estudiantes de sexto grado de primaria de una institución educativa privada de Huarmaca,

2025.

Los resultados presentados en la tabla muestran el nivel de generalización de patrones en los estudiantes que conformaron la unidad de estudio. En ella, se identifica que el 33.3 % de estudiantes se ubica en inicio, es decir, estos estudiantes solo logran continuar la secuencia con términos cercanos al patrón identificado, en especial, los patrones de repetición y recurrencia numéricos. Asimismo, el 59.3 % está en el nivel de proceso, con ello se puede afirmar que estos estudiantes son capaces de extender una secuencia siguiendo el patrón y determinar un elemento lejano, por lo general también en patrones de repetición y recurrencia numéricos. Finalmente, solo un 7.4 % de los estudiantes logró alcanzar el nivel logrado; ellos determinaron elementos cercanos y lejanos hasta en una secuencia de recurrencia gráfico-numérico, y también consiguieron expresar de manera simbólica o algebraica la regla de formación de algunos patrones.

Como se indicó en la descripción de la evaluación, las situaciones planteadas se planificaron según tres tipos de patrones: Situación 1. Patrón de repetición, Situación 2. Patrón de recurrencia numérica y Situación 3. Patrón de recurrencia gráfica numérica. Estos se diseñaron de tal manera que se asocian al proceso de generalización y evidencian el desarrollo de habilidades que dan muestras de alcanzar la generalización cercana, generalización lejana y la formalización (Radford, 2008), los cuales se desarrollan de manera gradual. Estos dos aspectos, tipo de patrón y dimensión del proceso de generalización, permiten establecer, en este estudio, los resultados considerando tres diferentes niveles de logro: inicio, proceso y logrado.

En ese sentido, presentar resultados por niveles de logro brinda la posibilidad de describir lo que alcanzan los estudiantes no solo en términos numéricos, es decir, en un puntaje alcanzado, sino, principalmente, en términos de aprendizaje logrado, como es la descripción de algunos desempeños específicos evidenciados en las tareas de la investigación. Estos niveles de logro permiten distribuir a la población y se puede saber qué porcentaje de la población alcanza el nivel logrado y los niveles previos.

Por tanto, los niveles de logro establecidos son inicio, proceso y logrado, los que se describen a continuación y se relacionan estrechamente con lo que señala el Currículo Nacional y las

investigaciones referentes a los procesos de generalización.

Nivel de inicio

Los estudiantes en este nivel logran aprendizajes muy elementales respecto a la comprensión de la noción de patrón y la evidencian encontrando el término siguiente y algunos términos posteriores en patrones de repetición presentados de manera gráfica. También, pueden encontrar el término siguiente, es decir, el término inmediato en patrones numéricos aditivos y recursivos gráficos. Estos estudiantes tienen dificultad para expresar la regla de formación utilizada al extender términos en los diferentes patrones, en cualquiera de sus representaciones. Es importante mencionar que el 33 % de los estudiantes evaluados se ubica en este nivel. Se evidencia el desempeño de tareas como se muestra en los siguientes ejemplos.

Figura 12 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel de inicio

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano en patrones de repetición, pero no alcanza la regla de formación.

Figura 13 Ejemplo 2: Patrones de repetición. Nivel de inicio

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar solo el término cercano.

□

Figura 14 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de inicio

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar solo el término cercano para la secuencia de recurrencia numérica.

Figura 15 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de inicio

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano con error al justificar. El término 30 lo encuentra sin generalizar la regla de formación propuesta.

Figura 16 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de inicio

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano correspondiente a la cantidad de sillas dispuestas en 5 mesas, además de que identifica que esta cantidad irá aumentando conforme se añadan más mesas. Sin embargo, se equivoca al operar para obtener el término lejano.

Figura 17 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de inicio

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano sin justificar y no da indicios de comprender una regla de formación en este patrón.

Nivel de proceso

Los estudiantes en este nivel, además de alcanzar los desempeños descritos en el nivel de inicio, entienden los patrones numéricos mostrando su procedimiento y encontrando tanto valores cercanos como lejanos en una secuencia numérica dada basada en adiciones. De la misma manera, se evidencia el inicio de sus habilidades de generalización al expresar, en algunas de las representaciones, la regla de formación en patrones de repetición. Este grupo de estudiantes aún se centra en valores numéricos particulares, con operaciones aritméticas explícitas que les impide llegar a la generalización en patrones recursivos. El 59 % de los estudiantes evaluados se ubica en este nivel. Se evidencia el desempeño de tareas como se muestra en los siguientes ejemplos.

Figura 18 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel de proceso

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano de manera justificada y da algunas evidencias iniciales de alcanzar la regla de formación.

Figura 19 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel de proceso

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y, en el término lejano, encuentra la relación entre los elementos (días y dinero ahorrado).

Figura 20 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de proceso

□

Nota. Logra obtener el término cercano correspondiente a la cantidad de 4 y 5 mesas (completa el cuadro), pero no justifica la cantidad de sillas que menciona para esas 12 mesas (continúa en la siguiente imagen).

Figura 21 Ejemplo 2: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel de proceso

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano, pero en el ejercicio 9 no evidencia la comprensión de procesos para alcanzar la regla de formación.

Nivel logrado

Los estudiantes en este nivel, además de alcanzar los desempeños descritos en los niveles de inicio y de proceso, encuentran términos lejanos en patrones numéricos basados en adiciones y multiplicaciones explicando de manera precisa su procedimiento de solución. También, logran generalizar los patrones recursivos solo numéricos, al expresar la regla de formación del patrón, ya sea de manera verbal coloquial o con expresiones aritméticas que señalan adiciones o multiplicaciones. Este grupo de estudiantes tiene dificultades para generalizar la regla de formación en patrones recursivos gráficos cuando debe encontrar la regularidad de procedimientos mostrados y expresarla en forma verbal o simbólica. El 7 % de los estudiantes evaluados se ubica en este nivel. Se evidencia el desempeño de tareas como se muestra en los siguientes ejemplos

Figura 22 Ejemplo 1: Patrones de repetición. Nivel logrado

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano en patrones de repetición y evidencia su generalización con la ubicación de un elemento en específico de la secuencia gráfica numérica, sin lograr explicarlo.

Figura 23 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel logrado

□

Nota. La imagen muestra lo realizado por un estudiante en nivel de proceso que logra obtener los términos cercano y lejano (continúa en la siguiente imagen).

Figura 24 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia numérica. Nivel logrado

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano y comprende la regularidad para la regla de formación, pero no puede expresarla.

Figura 25 Ejemplo 1: Patrones de recurrencia gráfica numérica. Nivel logrado

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante, en el que logra encontrar el término cercano y lejano; además, demuestra una regularidad al relacionar la cantidad de sillas para una cantidad específica de mesas. Por ejemplo, identifica que $10 \text{ sillas} = 4 + 6$, donde 4 representa la cantidad de mesas dispuestas; igualmente con $12 = 5 + 7$ y $14 = 6 + 8$. Sin embargo, no logra generalizar con una expresión como cantidad de sillas = $n + (n+2)$, donde n representa la cantidad de mesas.

A continuación, se muestran los resultados considerando los niveles de generalización acorde a los patrones de repetición, de recurrencia numérica, y de recurrencia gráfica numérica.

Tabla 5

Nivel de generalización del patrón de repetición

PATRÓN DE REPETICIÓN

Generalización cercana Generalización lejana Regla de formación

fi % fi % fi %

Incorrecta 0 0 0 10 37%

Parcial 10 37% 15 56% 16 59%

Correcta 17 63% 12 44% 1 4%

Total 27 100% 27 100% 27 100%

Nota. La tabla muestra el nivel de generalización en el problema propuesto con patrones de repetición en estudiantes de sexto grado de primaria de una institución educativa de Huarmaca, 2025.

Los datos registrados en la tabla muestran el nivel de logro de la tarea con patrones de repetición en los estudiantes de sexto grado de primaria. En esta situación, dada con soporte gráfico, el estudiante debe comprender el ciclo de repetición que da origen a la secuencia, establecida por el movimiento en forma horaria de un círculo a través de las esquinas de un cuadrado. Esta tarea implica en un primer momento encontrar el elemento inmediato siguiendo un patrón visual. Luego, encontrar términos alejados, como la continuidad de este patrón, y, finalmente, se busca expresar en lenguaje coloquial la regla atribuida en la formación de este patrón.

En la generalización cercana, que se describe como entender el patrón y dar el término inmediato, se muestra que los estudiantes comprendieron el movimiento del círculo de término a término en la figura 10 y 15 solicitada. Esto indica que, fueron capaces de continuar la secuencia considerando un patrón visual inmediato y predecir su continuidad en términos de corta extensión. En los resultados, se observa que todos lograron responder: 10 estudiantes (37 %) con respuesta parcial, al lograr dar de manera correcta solo una de las respuestas solicitadas, y 17 estudiantes (63 %), al dar correctamente los dos valores cercanos solicitados.

En la generalización lejana, donde estos estudiantes ubican el círculo en posiciones más distantes (como la figura en posición 30), se pone en evidencia que los estudiantes por medio de la extensión de la secuencia pueden encontrar términos lejanos a los primeros propuestos en el patrón; además, pueden explicar el proceso seguido para su respuesta. En los resultados, se observa que todos lograron responder esta pregunta: 15 estudiantes (56,6 %) respondieron parcialmente, es decir, señalan correctamente el recuadro que corresponde a la posición 30, pero no logran explicar cómo se obtuvo. Asimismo, son 12 los estudiantes (44,4 %) que lograron identificar el término lejano solicitado explicando cómo se obtuvo.

No obstante, al observar los resultados referentes a la regla de formación para esta situación, se identificó que 10 estudiantes (37 %) se ubicaron en el nivel de inicio. Este grupo de estudiantes no logra identificar la regularidad dada para un elemento del patrón en un grupo considerable de términos. Asimismo, 16 estudiantes respondieron parcialmente al precisar de manera particular y ejemplificada la regla pedida para dicho término y solo 1 estudiante logró dar la explicación como regla de formación en un patrón de repetición. Este resultado muestra que, aunque hay un gran grupo de estudiantes que comprenden la forma en la que va variando el círculo en los términos que cumple la secuencia, presentan dificultades para trabajar con el núcleo de repetición y generalizarlo para determinar cualquier elemento en la secuencia.

Tabla 6

Nivel de generalización de patrones recursivos numéricos

PATRÓN RECURSIVO NUMÉRICO

Generalización cercana Generalización lejana Regla de formación

fi % fi % fi %

Incorrecta 2 7% 2 7% 14 52%

Parcial 4 15% 24 89% 13 48%

Correcta 21 78% 1 4% 0 0%

Total 27 100% 27 100% 27 100%

Nota. La tabla muestra el nivel de generalización en el problema propuesto con patrones recursivos numéricos en estudiantes de sexto grado de primaria de una institución educativa de Huarmaca, 2025.

Los datos registrados en la tabla muestran el nivel de logro de generalización con patrones recursivos numéricos, a partir de la situación propuesta sobre el ahorro diario, cuyo incremento se va dando progresivamente en 3 soles respecto de su monto anterior. En relación con la generalización cercana, 21 estudiantes (78 %) lograron calcular el dinero ahorrado al quinto día, lo que significa que identificaron la variación entre los primeros términos; con ello, el patrón que da origen a los términos de la secuencia. Así también, se encontró que 2 estudiantes (7 %) no pudieron encontrar dicha variación, lo que refleja que tienen dificultades en relacionar las cantidades iniciales y establecer si hay un aumento o una disminución numérica, y si esta es constante o no.

En la generalización lejana, se observa que 24 estudiantes (89 %) lograron responder parcialmente a esta tarea. Este grupo logró continuar la progresión con el objetivo de calcular el dinero ahorrado el día 15, sin embargo, en el proceso mostraron errores de cálculo; otros modificaron el patrón numérico, posiblemente porque pensaron que este patrón cambiaba junto con el número de días ahorrados (mientras más días se da el ahorro, mayor será el patrón). Además, se evidenció que otros estudiantes lograron calcular la cantidad ahorrada en el día 15, pero sin una justificación (completar la tabla, realizar una progresión, etc.).

Con referencia a la regla de formación, en la cual se solicitaba expresar de una manera generalizada la regularidad encontrada, con alguna operación matemática que permita calcular el dinero ahorrado en el día 30, 14 estudiantes (52%) no lograron responder, evidenciando la falta de comprensión y poco nivel de generalización en estos patrones; 13 estudiantes (48%) respondieron parcialmente esta pregunta quizás apoyados en estrategias operativas, pero solo utilizando datos concretos observados. Ningún estudiante logró resolver de manera completa esta tarea. Estos resultados indican que, aunque en su mayoría los estudiantes comprendan que existe un incremento entre la cantidad ahorrada, no logran establecer una relación numérica entre los días transcurridos desde que inició el ahorro y su cantidad ahorrada correspondiente.

Tabla 7

Nivel de generalización de patrón recursivo gráfico

PATRÓN RECURSIVO GRÁFICO NUMÉRICO

Generalización cercana Generalización lejana Regla de formación
fi % fi % fi %

Incorrecta 7 26% 10 37% 26 96%

Parcial 10 37% 17 63% 1 4%

Correcta 10 37% 0 0% 0 0%

Total 27 100% 27 100% 27 100%

Nota. La tabla muestra el nivel de generalización en el problema propuesto con patrones recursivos gráficos en estudiantes de sexto grado de primaria de una institución educativa de Huarmaca, 2025.

La tabla muestra los resultados obtenidos al analizar lo realizado por los estudiantes de sexto grado de primaria en la resolución del problema asociado al patrón recursivo con características de gráfico numérico. Los resultados indican que este tipo de patrón es muy complejo para los estudiantes, presenta tareas que exigen modelar desde la situación concreta y hasta el soporte gráfico para con ello construir una tabla de valores con las regularidades encontradas.

En la generalización cercana, se observa que 7 estudiantes (26%) respondieron de manera incorrecta a esta tarea o no la respondieron. Su dificultad puede deberse a que no lograron relacionar de forma adecuada el número de mesas con las sillas organizadas, lo que les impidió encontrar el término que continuaba. Esto puede deberse a que el estudiante solo lee los números de manera aislada sin establecer relación entre las variables y no conecta los distintos tipos de representaciones. También, se observa que 10 estudiantes (37%) lograron responder parcialmente a esta pregunta, ya que identificaron de forma parcial dicha relación, pero no justificaron con claridad. Los 10 restantes (37%) lograron dar una respuesta completa y correcta pues establecieron esta relación y extendieron el patrón para obtener la cantidad de sillas en una organización cercana a la distribución mostrada. Este es un nivel muy elemental basado en un cálculo numérico mas no relacional.

En la generalización lejana, la cual implicó que los estudiantes determinaran la cantidad de sillas para una cantidad mayor de mesas dispuestas, ningún estudiante logró responder de manera correcta y completa. Así también, 17 estudiantes (63 %) respondieron parcialmente a esta pregunta, ya que lograron identificar la variación entre mesas y sillas, pero mostraron dificultades cuando iban incrementando la cantidad de estos elementos en la relación. Por otro lado, 10 estudiantes (37 %) no lograron responder esta pregunta o la resolvieron con error. Este grupo de estudiantes no consiguió establecer la relación entre la cantidad de sillas y la de mesas, posiblemente como consecuencia de ver de manera separada estos elementos. Otros no cuantificaron la cantidad de mesas y sillas y, por ende, no los relacionaron a través de alguna operación matemática.

Esta situación tuvo una mayor incidencia al revisar los niveles de logro en la regla de formación para el problema planteado, en el que se solicitó formular por medio de una expresión algebraica la cantidad de sillas en función de la cantidad de n mesas. En este caso, 26 estudiantes (96 %) no logró responder esta pregunta, lo que indica que, pese a que un grupo de ellos comprendió la regularidad al encontrar un término cerca y lejano, no logró abstraerla por medio de símbolos y cantidades numéricas, lo que les habría permitido representar algebraicamente el patrón encontrado entre las mesas y sillas. Solo 1 estudiante (4 %) pudo dar una respuesta parcial evidenciando la relación entre los elementos y explicándola de manera coloquial.



Después de haber tabulado los resultados de los niveles alcanzados por los estudiantes de sexto grado de educación primaria, se analizan evidencias de las producciones realizadas durante la evaluación. Estas evidencias, mostradas mediante fotografías, evidencian el trabajo de los estudiantes en los patrones de repetición, patrones de recurrencia numérica y patrones de recurrencia gráfico-numéricos. A continuación, se muestran evidencias de los diferentes niveles de generalización alcanzados, es decir, generalización cercana, generalización lejana y formulación de la regla de formación.

Se busca mostrar información suficiente que apoye y permita entender los resultados de forma concreta y que se complementen con los resultados cuantitativos, los que sirven de sustento al análisis que se realizará en el siguiente capítulo.

Patrones de repetición

Figura 26 Ejemplo 1: Nivel de generalización de patrón de repetición

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de repetición, en el que solo puede encontrar los términos cercanos en forma gráfica. Se equivoca en los ejercicios 2 y 3.

Figura 27 Ejemplo 2: Nivel de generalización de patrón de repetición

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de repetición, en el que realiza el ejercicio 1 y 2, encontrar términos cercanos y lejanos, y se queda en camino de alcanzar la generalización de encontrar los términos lejanos de manera gráfica (con dificultad para explicarlo). Logra los ejercicios 1 y 2.

Figura 28 Ejemplo 3 - Nivel de generalización de patrón de repetición

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de repetición, en el que encuentra los términos cercanos y lejanos de manera gráfica, en los ejercicios 1 y 2. No logra generalizar en el ejercicio 3.

Figura 29 Ejemplo 4: Nivel de generalización de patrón de repetición

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de repetición, en el que se evidencia que describe ejercicios y gráficos, pero no logra justificar su proceso de solución y generalización.

Patrones de recurrencia numérica

Figura 30 Ejemplo 1: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de repetición, en el que se evidencia que describe ejercicios y gráficos, pero no logra justificar su proceso de solución y generalización.

□

Figura 31 Ejemplo 2: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia numérica, en el que se evidencia que logra identificar la regularidad en la secuencia por medio de sumas repetidas y obtiene de forma incorrecta la cantidad de dinero ahorrado en el día 5. Asimismo, no logra justificar el proceso matemático que relacione el día con el total ahorrado.

Figura 32 Ejemplo 3: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia numérica, en el que se evidencia que logra identificar la regularidad en la secuencia por medio de sumas repetidas y obtiene de forma correcta la cantidad de dinero ahorrado en el día 4 y 5. Asimismo, logra calcular de forma correcta el dinero ahorrado en el día 15, pero no justifica este

proceso.

Figura 33 Ejemplo 4: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia numérica, en el que se evidencia que para calcular el dinero ahorrado en el día 30, realiza sumas constantes y al final suma 1 para obtener 91; pero no justifica la razón de dichas cantidades para ese cálculo.

Figura 34 Ejemplo 5: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia numérica, en el que se evidencia que logra identificar la regularidad en la secuencia por medio de sumas repetidas y obtiene de forma correcta la cantidad de dinero ahorrado en el día 4 y 5. Asimismo, logra calcular de forma correcta el dinero ahorrado en el día 15 a partir de la suma diaria.

□

Figura 35 Ejemplo 6: Nivel de generalización de patrón de recurrencia numérica

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia numérica, en el que se evidencia que logra identificar la regularidad en la secuencia encontrada por medio de sumas repetidas y obtiene de forma correcta la cantidad de dinero ahorrado en el día 30. Se identifica que esta operación la realiza por medio de sumas repetidas, es decir, el estudiante identifica el patrón creciente, pero no logra identificar una forma de generalizar para obtener un término muy lejano mediante una fórmula.

Patrones de recurrencia gráfica numérica

Figura 36 Ejemplo 1: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que logra identificar el patrón de crecimiento de la cantidad de sillas adicionales por cada mesa añadida. Sin embargo, para la pregunta correspondiente al término lejano, logra un cálculo correcto, pero no menciona el proceso realizado para obtener dicha respuesta.

Figura 37

Ejemplo 2: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que logra identificar una regularidad al escribir la igualdad para $n = 4$ mesas, pero no va más allá de esa igualdad. Por tanto, no logra formular la regla general para calcular la cantidad de sillas en n mesas organizadas.

Figura 38 Ejemplo 3: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que completa el cuadro sumando el patrón identificado para hallar la cantidad de sillas en 5 mesas. Asimismo, obtiene el número de sillas para 12 mesas (término lejano), pero no muestra el proceso.

Figura 39 Ejemplo 4: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que el estudiante logra establecer una regularidad entre la cantidad de sillas dispuestas en un conjunto de mesas, por ejemplo, escribe $12 = 5 + 7$, donde 5 es la cantidad de mesas. Pero se observa en la imagen que para n mesas sigue colocando 15 como respuesta y no pone de manifiesto una generalización ni justifica la razón por la que respondió 15 sillas para n mesas.

Figura 40 Ejemplo 5: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que el estudiante logra identificar el término cercano, posiblemente al sumar el patrón de repetición y completar el cuadro. Sin embargo, no logra obtener el término lejano referente a la cantidad de sillas dispuestas para 12 mesas.

Figura 41 Ejemplo 6: Nivel de generalización en patrones de recurrencia gráfica numérica

□

Nota. Ejemplo de respuesta de un estudiante en patrones de recurrencia gráfica numérica, en el que se evidencia que logra obtener la cantidad de sillas para $n = 5$ mesas. Sin embargo, menciona que para n mesas no habrá ninguna mesa y por tanto ninguna silla, y no justifica este razonamiento.

En conclusión, la siguiente tabla muestra los niveles de generalización alcanzados por los estudiantes para ubicarse en inicio, proceso y logrado.

Tabla 8 Desempeño alcanzado en cada nivel de generalización en los patrones algebraicos

Preguntas 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Tipo de patrón De repetición Recursivo numérico Recursivo gráfico numérico

Dimensión GC GL F GC GL F GC GL F

Desempeño de inicio SÍ SÍ SÍ NO SÍ NO NO SÍ NO NO

Desempeño de proceso SÍ SÍ SÍ SÍ SÍ NO SÍ NO NO

Desempeño de logrado SÍ SÍ SÍ SÍ SÍ SÍ SÍ SÍ NO

Nota. La tabla muestra el desempeño alcanzado por los estudiantes de sexto grado de primaria al resolver las situaciones propuestas referentes a los patrones de repetición, recursivo numérico y recursivo gráfico numérico.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados del estudio realizado sobre la generalización de patrones en estudiantes de sexto grado de una institución educativa en Huarmaca conducen a reflexionar sobre el estado actual en proceso de generalización en los estudiantes de sexto grado de primaria. Se observó que la mayoría de los estudiantes (59 %) se encuentra en un nivel de logro de proceso, un buen grupo aún está en inicio (33 %), mientras que un pequeño porcentaje alcanza un nivel logrado (7 %) en la generalización de patrones. Esta situación nos lleva a analizar los resultados atendiendo al proceso en que se desarrollan estas habilidades de generalización en los estudiantes, en referencia a su ciclo de escolaridad. Estos hallazgos apoyan el propósito general del estudio, que tiene como objetivo determinar el nivel de generalización de los patrones repetitivos y recursivos en el proceso de desarrollo del pensamiento algebraico, sobre todo al término de la primaria.

El nivel de aprendizaje que predomina entre los estudiantes es, según la distribución de niveles, donde la generalización aún no se consolida, a partir de los patrones identificados en este estudio. Pues, que la mayoría se ubica en "proceso" en el desarrollo del pensamiento algebraico, implica que el estudiante ya reconoce alguna regularidad y resuelve algunos casos donde se les pida hallar términos inmediatos dado los primeros elementos de una secuencia, hasta extenderlos a términos un poco más alejados, pero no logra desarrollar procedimientos y no es capaz de explicitar relaciones generales, que es uno de los núcleos del pensamiento algebraico, como reconocimiento y transformación de regularidades para generalizar (Godino y Font, 2003; Kieran, 2004). En este sentido, ese 59% de estudiantes ubicados en "proceso", aunque se pueda interpretar como un avance con respecto a un nivel inicial, también evidencia un distanciamiento significativo en la transición de la identificación de patrones a la formulación de reglas y relaciones funcionales, que efectivamente requieren una articulación de la simbología y de representación (Vergel, 2019; Godino et al., 2014).

Así, en lo que corresponde al proceso de generalización, el análisis se presenta según las dimensiones definidas en el estudio: la generalización cercana, la generalización lejana y la regla de formación.

Con respecto a la generalización cercana, los resultados mostraron que una gran proporción de estudiantes lograron responder de manera correcta la tarea, tanto de forma parcial como completa. Esto evidencia que los estudiantes de sexto grado de primaria son capaces de identificar regularidades mostradas en unasecuencia, al continuar con los términos inmediatos por medio de estrategias de observación y conteo. Según lo mencionado por Godino et al. (2014), este proceso demostrado tiene una correspondencia con el nivel 0 de algebrización, en el que los estudiantes, al resolver situaciones con patrones, hacen uso principalmente de objetos particulares y justifican sus respuestas a través de un lenguaje numérico o gráfico, sin considerar símbolos.

El uso de estas estrategias puede entenderse en relación con la noción de 'objetos particulares' y representaciones iniciales, típicas de un nivel cero de algebrización, donde el estudiante trabaja con soportes gráficos tangibles o numéricos sin tener que enunciar reglas generales (Godino et al., 2014). Al mismo tiempo, el marco del pensamiento algebraico sugiere que la construcción del pensamiento algebraico implica el reconocimiento de regularidades particulares y la necesidad de representarlas en diferentes registros, lo que requiere una (progresión) hacia un nivel más abstracto de explicación y simbolización (Godino y Font, 2003; Radford, 2006). Por lo tanto, la generalización cercana confirmaría que el grupo identifica la estructura cuando los términos están cerca; sin embargo, si el contexto del aula no promueve un cambio deliberado hacia representaciones más organizadas (por ejemplo, tabulares o en forma de declaración general), el estudiante permanece en una reproducción inmediata del patrón relacional sin avanzar hacia la generalidad (Kaput, 2000; Alsina, 2019).

En relación con la generalización lejana, se observa un mayor número de estudiantes que responden parcialmente estas tareas y una menor cantidad de quienes las responden de manera completa. En esta generalización, los estudiantes demostraron ser capaces de continuar con la secuencia para ubicar un término distante a los iniciales en la situación propuesta, aunque con limitaciones al justificar sus procedimientos y con errores operativos cuando extendían la secuencia; por ejemplo, cuando utilizaban la suma como su estrategia para obtener el término lejano. Este razonamiento en el proceso de generalización podría reflejar la transición hacia el nivel 1 de algebrización propuesta por Godino et al. (2014), puesto que los estudiantes mostraron reconocer el patrón en la secuencia; sin embargo, lo manifiestan con un lenguaje diferente al simbólico, pues recurren a conteos extensos o un razonamiento intuitivo.

El aumento de demandas cognitivas podría explicar el desempeño de los estudiantes en las generalizaciones distantes. Por ejemplo, localizar términos distantes requiere, además de reconocer el patrón, mantenerlo. También, hay que controlar el procedimiento para que los errores no se acumulen. Cuando los estudiantes se apoyan en el conteo, la estrategia se torna frágil ante grandes saltos porque un desajuste en la secuencia lleva a respuestas erróneas, y no siempre hay un mecanismo de validación (Radford,



2006; Zapatera, 2018). Desde esta perspectiva,

las respuestas con errores operativos, indiscriminadas o incompletas no son indicativas de que no hubo reconocimiento del patrón, sino que no se contaron con los recursos necesarios para operar con el patrón, lo que puede incluir el uso de relaciones de posición, recursos de organización y anticipación, que no requieren recorrer la sucesión (Kaput, 2000; Van de Whale et al., 2014).

El nivel de logro alcanzado en la generalización lejana demostró una mayor diferencia en lo que respecta a la generalización cercana. Esto concuerda con lo planteado por Zapatera (2018), quien menciona que continuar una secuencia requiere un mayor razonamiento cognitivo al tener que utilizar estrategias para ir más allá de contar, es decir, iniciar con la abstracción para generalizar.

Los resultados obtenidos en el proceso de regla de formación indican que la mayoría de los estudiantes solo lograron responder tareas de extensión de términos cercanos y lejanos sin lograr tener éxito en la generalización de sus procesos. Un grupo muy pequeño de estudiantes alcanzaron este nivel. Este hecho revela el desafío de pasar al nivel 2 de algebrización, que requiere que el estudiante articule un patrón en forma simbólico-numérico, ya que, como se mencionó anteriormente, los estudiantes en esta etapa realizaron estrategias de conteo o realizaron operaciones aritméticas al tratar de conectar los elementos de una secuencia que observaron, sin lograr precisamente obtener una sistematización de la regla con sus propias palabras o con una ecuación que les permita determinar cualquier término de dicha secuencia. Este hallazgo se vincula con lo afirmado por Radford (2006), quien indica que la generalización por medio de una ecuación constituye el nivel más complicado de lograr dentro del pensamiento algebraico. Del mismo modo, Tito y Palacios (2023) mencionan que los estudiantes tienden a realizar procedimientos aritméticos, pues es una capacidad mental inmediata para ellos, al mismo tiempo, una barrera cognitiva para que puedan pasar a la abstracción. Consecuentemente, la regla de formación en una secuencia es el desafío en estos estudiantes en su proceso de generalización.

La dificultad correspondiente a la regla de formación pone en evidencia la complejidad asociado a la indeterminación. Este obstáculo consiste en que el estudiante al intentar formular una regla, no puede pensar en un único término, sino que debe pensar en múltiples casos, lo cual requiere comprender y poder articular esas relaciones de un modo que se pueda comunicar (Radford,



2006; Godino y Font, 2003). Desde esta perspectiva,

el razonamiento algebraico tiene que ver con la manipulación de variables, la identificación de relaciones y la organización de funciones que impone una estructura y un nivel de simbolización (Kieran, 2004; Van de Whale et al., 2014). Por esta razón, la falta de una expresión de una relación general suele llevar al estudiante a aplicar procedimientos aritméticos, lo que se relaciona con la diferencia de estrategias recursivas y estrategias funcionales en generalización (Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez, 2022; Zapatera, 2018).



Los resultados presentados en este estudio guardan relación con los antecedentes nacionales que encontraron limitaciones similares en la progresión hacia niveles más altos de pensamiento algebraico. Por ejemplo, se ha evidenciado que los estudiantes de primaria a menudo se sitúan en los niveles iniciales, dominando operaciones básicas mientras carecen de un razonamiento algebraico profundo, particularmente con tareas relacionadas con la aritmética generalizada y el pensamiento funcional (Palacios & Tito, 2023). De manera similar, las intervenciones pedagógicas con estrategias lúdicas y didácticas han mostrado una mejora relevante en el desempeño de los estudiantes, lo que sugiere que el movimiento hacia la generalización no es espontáneo, y que, además, existe una brecha empírica que requiere la mediación del docente y el diseño de tareas estructuradas (Barreto & Chavesta, 2023; Díaz, 2020). En ese sentido, el estudio afirma que reconocer el patrón no es suficiente, y se necesita orientar la transición hacia la declaración explícita de reglas y justificación (Godino et al., 2014; Vergel, 2019).

Al analizar los procedimientos de los estudiantes que formaron parte del estudio con respecto a los tipos de patrones, los resultados fueron diversos, siendo el patrón repetitivo, en el que obtuvieron un mejor desempeño y el patrón gráfico numérico en el que se identificó un mayor índice de estudiantes con resultados exitosos en las tareas de este tipo de patrones. En la generalización cercana, los estudiantes identificaron con éxito la posición del círculo en los cuadrados de la Figura 10 o la Figura 15, al entender el movimiento en sentido horario realizado a lo largo de las esquinas del cuadrado. Tal desempeño se esperaba, ya que la actividad consistía en reconocer la recurrencia inmediata, algo que los aprendices descubrieron

al observar la rotación del círculo, recordándolo y aplicándolo a términos cercanos. Como señalaron Alsina (2015) o Papic y Mulligan (2007), los estudiantes comprenden mejor las regularidades cuando los elementos están cerca unos de otro, esto los lleva a que su razonamiento sea en cierta medida intuitivo, lo que permite que el patrón sea percibido y rápidamente reproducido.

Este tipo de patrón refleja si el estudiante reconoce la repetición central como estructura o como una secuencia de pasos. En el caso de un patrón cíclico, el fortalecimiento de la generalización ocurre cuando el estudiante detecta la periodicidad y la asocia con la posición del término, lo que permite respuestas sin la necesidad de contar de manera completa (Radford, 2006; Kaput, 2000). Didácticamente, esto significa pasar de una generalización fáctica basada en la percepción hacia una aplicación estructural más vinculada legalmente de la generalización contextual donde el estudiante es capaz de verbalizar la regularidad y predecir resultados (Radford, 2006). La dificultad en el uso de la terminología precisa sugiere que este paso estructural no está, para la mayoría, aún consolidado, de modo que la periodicidad permanece como una regularidad percibida, pero no como un medio de cálculo y justificación (Zapatera, 2018; Godino et al., 2014).

En esta primera situación de patrones de repetición y su nivel de generalización lejana, la tarea se tornó más compleja, ya que los estudiantes debían localizar la posición del círculo en figuras más distantes, como la figura de la posición treinta. En este caso, se necesitaba continuar la recurrencia para un número mucho mayor de pasos, lo cual supone una mayor dificultad. Esto debido a que la continuidad debía darse sin perder el patrón de recurrencia o la cuenta del número de giros. Este desafío puede entenderse porque, como sugiere Castro (2012), extender un patrón requiere que un estudiante mantenga en su mente la regla más allá del alcance inmediato, y no todos los estudiantes lograron extender la secuencia hacia los términos más distantes.

En la regla de formación, al solicitar a los estudiantes que justifiquen en qué posición estaría el círculo considerando las primeras 50 figuras planteó el mayor desafío. Aquí, se esperaba que los estudiantes identificaran la periodicidad del núcleo de repetición (4 posiciones) y utilizaran como estrategia, por ejemplo, los múltiplos de 4 para determinar la posición del círculo en una esquina determinada. Sin embargo, la mayoría no pudo dejar de lado a la estrategia basada en el conteo o se perdió en la secuencia hacia esto y permaneció el conteo. Como afirma Radford (2006), el reconocimiento de un patrón y la capacidad de reformularlo en términos más generales denotan una transformación fundamental en el razonamiento, en este caso, pasando de la percepción al análisis.

A su vez, los trabajos de Palacios y Tito (2023) muestran que los estudiantes por lo general usan estrategias netamente numéricas para resolver un problema, demostrando diversas deficiencias para la transposición de un patrón a una forma algebraica. Esta evidencia refuerza el diseño de una secuencia didáctica en la que se podrían plantear y resolver problemas a partir de su representación en tablas y gráficos, así como también la utilización de letras como símbolo de las cantidades involucradas, en donde el avance sea paulatino.

Con respecto a los patrones de recurrencia numéricos, los resultados analizados tras la revisión de las evaluaciones aplicadas a los estudiantes, mostraron un predominio en el nivel de proceso. Esto sugiere que los niños identificaron la regularidad numérica dentro de los términos dispuestos en la situación, aunque tuvieron dificultades en su justificación para extender la secuencia y hallar términos lejanos o la regla general.

En la generalización cercana, la mayoría de los estudiantes calcularon el dinero ahorrado por Catalina en el día 5. Esta tarea les resultó sencilla, pues identificaron el patrón numérico y siguieron dos términos adicionales para llegar al día 5. Esto se alinea a lo que mencionan Papic y Mulligan (2011), al afirmar que los estudiantes en el nivel primario se desenvuelven mejor en situaciones donde el patrón es explícito y de corta intervención entre los términos de la secuencia, lo que se confirma con el desempeño observado en este grupo.

Los estudiantes pudieron identificar la diferencia en procesos cercanos, lo que les permitió deducir que la diferencia se vuelve fácilmente identificable cuando se conceptualiza y se trabaja con sumas. No obstante, el marco conceptual subraya que el identificar una regularidad no implica, en sentido estricto, que se pueda considerar como una generalización. Generalizar, en este caso, demanda que se pueda expresar la relación como una dependencia de posición y valor, o sea, de un término general (Godino y Font,



2003; Mason, 1985, citado en Butto y Rojano,

2004). La dificultad que se presenta en términos lejanos y en la regla de formación muestra que el estudiante entiende que “crece en...” pero no está en la capacidad de transformar esa observación en una estructura general, lo que es clave en la transición de un pensamiento puramente aritmético hacia el álgebra (Kieran, 2004; Kaput, 2000).

En la generalización lejana, se identificó que los estudiantes reconocieron la forma en que iba creciendo el ahorro con el pasar de los días, pero algunos al tratar de continuar la secuencia hasta el día 15 perdieron la regularidad y cometieron errores operativos, lo que tiene relación con lo mencionado por Kieran (2004). Según este autor, los estudiantes en este nivel educativo tienen dificultades para sostener una regularidad identificada y continuar con una secuencia más allá de lo que puedan percibir en los primeros términos. Esta situación observada en la generalización lejana tuvo una mayor incidencia en el nivel de proceso.

Cuando se planteó la pregunta relacionada a la regla de formación, se solicitó que los estudiantes obtuvieran el ahorro en el día 30, haciendo uso de una generalización. Esto refleja que los estudiantes, al no tener una visión amplia de los términos mucho más lejanos, no logran continuar la secuencia por no relacionar los días ahorrados con la cantidad ahorrada por día. La Evaluación Nacional de Aprendizajes (2023) precisa que los estudiantes del nivel primaria muestran diversas dificultades para comprender una equivalencia y el cambio entre los términos de una secuencia o regularidad.

Por ende, desde el ámbito pedagógico, estos resultados sugieren que es necesario planificar actividades de aprendizaje donde los estudiantes utilicen el conteo como estrategia, pero deben ser integradas con tablas, expresiones y una inmersión progresiva de símbolos y letras para el trabajo de la generalización numérica.

En términos de patrones recursivos gráficos, los resultados indican que en estas tareas hay mayores dificultades en comparación con otros tipos de patrones, dado que un buen grupo de estudiantes no logran responder correctamente las tareas propuestas en él. Esto muestra que necesitan una mayor capacidad para realizar representaciones que implican un componente espacial y simbólico, pues es una configuración cognitiva de orden superior, como la disposición y organización espacial de los elementos centrales dentro de la secuencia. En lo que concierne a la generalización cercana en patrones recursivos gráficos, algunos estudiantes asociaron cuántas sillas correspondían a un pequeño conjunto de mesas, por ejemplo, a 6 mesas. Este objetivo se consiguió porque se trataba de una tarea cuya resolución consistía en determinar la recurrencia en la figura y, de esta manera, establecer la relación sillas mesas dentro de un rango de cercanía. No obstante, se tuvo un grupo de estudiantes (26 %) que no logró responder esta primera pregunta en patrones recursivos gráficos; esto marca una diferencia importante si se mira la misma generalización en los dos primeros problemas planteados. Además, se vincula con lo afirmado por Pulido (2021) sobre el hecho de que, aun cuando las figuras son un recurso pedagógico importante para el paso de lo concreto a los abstracto dentro del proceso de generalización, sin el adecuado acompañamiento de un docente pueden resultar confusas y difíciles de comprender.

En estos patrones, el desafío no está en los cálculos, sino en interpretar el arreglo espacial y traducirlo en una relación cuantitativa. Se ha observado que las figuras con patrones promueven la generalización inicial sin símbolos, pero requieren guías para que el estudiante identifique la estructura y evite contar de manera difusa (Pulido, 2021; Radford, 2006). En ausencia de representaciones puente (gráficos, diagramas o registros sistemáticos), es probable que los estudiantes cuenten de manera desorganizada o sumen de una forma no estructurada, lo que restringe el cambio del enfoque recursivo al funcional (Kaput, 2000; Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez, 2022). Por lo tanto, la razón de que se observe el logro más bajo con este tipo de patrón se puede describir como una brecha entre la comprensión de la figura y la construcción de un pensamiento relacional funcional generalizable (Godino y Font, 2003; Vergel, 2019).



En la generalización lejana, se solicitó hallar la cantidad de sillas para una mayor cantidad de mesas organizadas, algo distante de los datos propuestos. Aquí, los estudiantes reconocieron la recurrencia en sus primeros elementos, pero no lograron continuarla para un término más distante a los iniciales, lo que produjo que se equivocaran para distribuir y contar las sillas. Esta dificultad se vio evidenciada en un 37 % de los estudiantes que no pudieron resolver esta tarea.

El 63 % restante solo respondió en parte lo solicitado y no se tuvo evidencia de una respuesta completa. Precisamente, Gaita et al. (2023) indica que la falta de la planificación de situaciones donde se hagan uso de arreglos gráficos limita el desarrollo de un lenguaje algebraico en el que intervengan cuestiones con un mayor grado de abstracción, por lo que el razonamiento del estudiante queda solo en lo concreto.

Lo último mencionado se ve reflejado en los resultados obtenidos en la regla de formación, para la cual se solicitó a los estudiantes que expresaran algebraicamente una ecuación que les permita encontrar el número de sillas para n mesas. En esta tarea, 96 % de los estudiantes no logró responder y solo un estudiante pudo dar una respuesta parcial respecto a la regla de formación solicitada. Este resultado lo afirma Radford (2006), quien argumentó que la generalización simbólica constituye el nivel más complejo del pensamiento algebraico. Del mismo modo, Barreto y Chavesta (2023) afirman que los estudiantes tienden a utilizar estrategias de numeración inmediatas y presentan dificultades para transformar un patrón gráfico en una expresión algebraica. Pedagógicamente, este hallazgo conlleva a incorporar materiales y estrategias graduadas con distintas actividades que fomenten el razonamiento cognitivo de los estudiantes, desde la observación de una figura hasta la construcción de una generalización que relacionen los términos que originan dicha secuencia gráfica.

El análisis de los resultados muestra una conexión directa con el problema encontrado en la institución educativa. El alto porcentaje de estudiantes en el nivel inicial en patrones gráficos y en la regla de formación indica una falta de estrategias pedagógicas orientadas a la generalización.



Este fenómeno se alinea con las conclusiones del Ministerio de Educación del Perú (2016), que afirma que el desarrollo de competencias algebraicas en la educación primaria a menudo se descuida en favor de contenidos aritméticos más fácilmente alcanzables. El estudio indica que los estudiantes tienen la capacidad de reconocer patrones simples; sin embargo, no cuentan con los aprendizajes necesarios para abstraer y conceptualizar más allá de la observación.

La comprobación de los resultados obtenidos con el objetivo general permite afirmar que los alumnos de sexto grado se encuentran en su mayoría en una etapa intermedia en el proceso de desarrollo del pensamiento algebraico. Esto indica que identifican ciertas regularidades elementales, pero no son capaces de formular generalizaciones por sí mismos. Este hallazgo se apoya en las teorías de Mason (1985) y Radford (2008), quienes sostienen que la superación del nivel de pensamiento aritmético hacia uno algebraico se da de forma gradual.

Este proceso, en particular, demanda el fortalecimiento de las habilidades cognitivas y metacognitivas. Los resultados obtenidos sugieren, asimismo, que los escolares requieren de más práctica con problemas situados que los lleven a relacionar las regularidades numérico-gráficas con situaciones de la vida cotidiana. Según Alsina (2015), con esta estrategia pedagógica se logrará el desarrollo de la comprensión activa y reflexiva de los patrones.



Un hallazgo significativo de esta investigación es la diferencia en los resultados entre patrones de repetición y patrones recursivos. Mientras que una parte de los estudiantes alcanza a resolver con éxito los patrones de repetición y recursivos numéricos, la gran mayoría tiene dificultades en el patrón recursivo gráfico-numérico; no la comprende y no logra resolverlo. Este resultado puede interpretarse a la luz de las ideas de Pulido (2021), quien argumenta que los patrones figurativos requieren un grado de abstracción visual que no siempre está presente en los estudiantes de educación primaria.

Asimismo, el acceso limitado de los estudiantes a recursos matemáticos concretos, con los que manipulen recursos visuales, puede estar obstaculizando su capacidad para interpretar secuencias numéricas y gráficas. Esto refuerza las afirmaciones sobre la importancia de proporcionar materiales, como mosaicos y formas geométricas que ayuden a los estudiantes a dar el salto a la abstracción. La comparación con otros trabajos, como el de Rodríguez (2020), apoya la idea de que la reconstrucción de patrones donde intervienen figuras geométricas fortalece no solo el pensamiento algebraico de los estudiantes, sino también su razonamiento espacial.



Radford (2006) y Kaput (2000) proponen que el desarrollo del pensamiento algebraico es un proceso evolutivo que comienza con el reconocimiento de patrones específicos y avanza hacia la representación simbólica. Considerando los hallazgos de este estudio, parece que la mayoría de los estudiantes aún están estancados en las primeras etapas de este proceso. Esto se alinea con las afirmaciones de Bautista-Pérez et al. (2021), quienes muestran que solo una pequeña fracción de los estudiantes es capaz de avanzar más allá de la segunda etapa de la algebraización. De esta manera, la investigación apoya la idea de que el contexto de Huarmaca no es una excepción, sino que ejemplifica un problema generalizado en el país y de hecho en la región. Esta alineación con la literatura proporciona un peso adicional a la validez de los resultados y su interpretación.

En lo que respecta a las implicaciones pedagógicas, los resultados indican la necesidad de repensar las estrategias de enseñanza para el área de matemáticas.

Es evidente que el enfoque de enseñanza tradicional, que depende de la memorización mecánica y de ejercicios aritméticos repetitivos, no fomenta el desarrollo del pensamiento algebraico. Investigaciones como la de Acosta y Alsina (2022) argumentan que a los estudiantes se les debería permitir manipular elementos y, a través de su exploración, discernir relaciones y formular sus propias reglas.

Los resultados también reflejan una relación entre el nivel de dificultad de los patrones y el desempeño de los estudiantes.



Como describe Zapatera (2018), la progresión de la generalización cercana a la lejana y, eventualmente, a la formación de reglas, representa un gran salto cognitivo que debe atenderse cuidadosamente. En el estudio, se observa que los aprendices tienen éxito en reconocer patrones inmediatos, sin embargo, también tienen dificultades para trabajar con términos distantes o formular una regla general. Esto se alinea con el razonamiento de Kieran (2004) de que comprender los conceptos de variables y el signo igual como una operación de equivalencia es muy intrincado y necesita ser estructurado.

El estudio confirma que la ausencia de estos fundamentos teóricos es una barrera para realizar tareas en el orden superior de dificultad.

Como se ha señalado, al comparar los resultados con los antecedentes a nivel internacional, hay una similitud con los hallazgos de Pérez (2022), quien observó que el cambio del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico ocurre en la educación primaria. Tanto su estudio como el presente muestran que los estudiantes parecen permanecer en niveles operativos particulares en lugar de progresar hacia la generalización formal.



Este hallazgo refuerza la afirmación de que el pensamiento algebraico se introduce mejor desde los primeros grados, utilizando los patrones de transición de lo concreto a lo abstracto. Además, Silva (2021) y Zubieta (2021) coinciden en que el uso de equivalencias y patrones geométricos ayuda en el desarrollo de estas competencias. La falta de asociación entre el patrón de repetición y la periodicidad que los estudiantes han logrado identificar limita su capacidad de generalización.

Como indican Zapatera (2018) y Cetina-Vázquez y Cabañaz-Sánchez (2022), la modificación de una estrategia recursiva a una funcional precisa que el alumno identifique una regularidad y que la exprese a través de una regla o fórmula. No obstante, en los procedimientos y respuestas en los problemas de la evaluación se identifica que la verbalización continúa descriptiva, pues, no se utiliza en el desarrollo de tablas, diagramas o de algún enunciado que permita fortalecer su razonamiento algebraico.

Un aspecto a notar al revisar el razonamiento aplicado en la resolución de problemas con patrones de repetición de los estudiantes es que hay errores en la identificación de las posiciones, especialmente en lo que respecta a las figuras distantes, por ejemplo, la posición 30 o la 50 de la secuencia gráfica propuesta en la primera situación de la evaluación. Muchos estudiantes parecen perder la secuencia o hay errores de conteo sistemáticos, lo que sugiere que existe una dependencia excesiva del conteo en contraste con la ausencia de una estrategia de nivel inferior para predecir la posición. Tales dificultades se alinean con lo que Radford (2006) describió como los obstáculos entre la transición de la fase aritmética a la fase algebraica de las matemáticas de los estudiantes, ya que, en este caso, estos no parecen tener las herramientas de validación adecuadas para probar sus resultados o apreciar formalmente la noción de regularidad.

Estos hallazgos tienen implicaciones para la enseñanza, porque indican que los estudiantes necesitan instrucción que los lleve de la observación práctica a la formulación de reglas abstractas.



Según las opiniones de Kieran (2004) y Kaput (2000), es necesario utilizar múltiples representaciones, como tablas de n posiciones, para que los estudiantes comprendan el ciclo y puedan predecir cualquier figura sin contar.

De la misma manera, la falta de representaciones gráficas o tabulares destinadas a sistematizar la información es notable. Ninguno de los estudiantes construyó tablas que relacionen el número de figura con su respectiva posición, lo que obstaculiza su capacidad para identificar patrones repetitivos y generalizarlos.

Como mencionan Kaput (2000) y Godino y Font (2003), la presencia de múltiples representaciones, como tablas y diagramas, es vital para pasar del conteo en aislamiento a la comprensión funcional de patrones. Esto se debe a que tales representaciones ayudan a visualizar la periodicidad del patrón y a entender la relación entre las variables de una manera mucho más clara.

En la situación 2, planteada respecto a los patrones numéricos, se observa que los estudiantes lograron darse cuenta de que el aumento es de 3 soles al día, comenzando desde 4 soles.



En las preguntas 4 y 5, un buen número de estudiantes optó por una estrategia de suma repetida para calcular el monto total para el quinto o el décimo quinto día, lo que muestra cierta comprensión de patrones aritméticos. Sin embargo, las justificaciones escritas revelan una tendencia a describir el proceso como una narrativa paso a paso sin capturarlo como una fórmula general. Este comportamiento se alinea con las ideas planteadas por Radford (2006), quien indica que, en las primeras etapas de la generalización, los estudiantes tienden a tratar casos particulares sin generalizar el resultado.

Al examinar los procesos en la pregunta 5, algunos estudiantes aplicaron productos parciales, pero de manera imprecisa sin llegar a una fórmula concreta que detalle la estructura, como $a_n = a_1 + (n-1)d$. Esto revela que comprenden el concepto de un aumento constante; sin embargo, no pueden relacionar su enfoque con la idea de una expresión algebraica que describa la variación de los elementos de la secuencia, permaneciendo en un nivel operativo. Este hallazgo se relaciona con lo señalado por Kieran (2004) respecto al cambio de razonamiento aritmético a razonamiento algebraico, que está anclado en la necesidad de centrar el aprendizaje en la percepción del marco de una progresión aritmética en lugar de simplemente derivarla a través de una adición repetitiva.



Con respecto a la pregunta 6, las respuestas indican que los estudiantes aún aplican adición repetitiva para determinar el total acumulativo en el día 30, lo que es evidente en las largas cadenas de suma. Si bien esto indica cierto entendimiento de la progresión general, muestra una incapacidad para simplificar los cálculos y la naturaleza sistemática de la progresión. Según Godino y Font (2003), tales respuestas han sido clasificadas como algebrización de bajo nivel, en la que el estudiante percibe ciertos patrones, pero no logra traducirlos en una forma simbólica, por su naturaleza concisa y compacta, como en fórmulas o generalizaciones algebraicas.

Con referencia al reconocimiento de patrones de recurrencia gráfica numérica, los estudiantes pudieron reconocer el patrón creciente en la cantidad de sillas a medida que aumentaba el número de mesas, mostrando cierta comprensión de los patrones de razonamiento gráfico recursivos. En las respuestas correspondientes a las preguntas 7 y 8 de la tercera situación propuesta en la evaluación, se indica que la mayoría de los niños razonó en términos de adición, aplicando específicamente una versión del razonamiento aditivo (dicho de otra manera, se añadieron dos sillas por cada mesa adicional). Esto muestra un enfoque recursivo, en el que el estudiante confía en contar y sumar, sin tratar de generalizar por medio de una fórmula que les permita determinar el número de sillas para cualquier número de mesas. Siguiendo a Radford (2006), este tipo de razonamiento corresponde a un nivel de generalización fáctica, con la que se reconoce alguna forma de regularidad o patrón, pero el razonamiento carece de una estructura simbólica completamente desarrollada.

En contraste con la teoría de Zapatera (2018) sobre la generalización cercana y distante, está claro que la mayoría de los estudiantes son capaces de responder para términos más cercanos, como 5 o 15, pero carecen de una estrategia eficiente para términos más distantes como 30. Esto indica que los estudiantes no han desarrollado completamente la capacidad de razonamiento abstracto necesaria para derivar reglas generales. Este análisis sugiere que los próximos objetivos de aprendizaje deberían priorizar el uso de tablas, expresiones simbólicas y representaciones gráficas, con las que los estudiantes reconozcan el patrón subyacente al crecimiento aritmético para derivar su expresión general, lo que permitiría la transición al pensamiento algebraico formal.

La dificultad para establecer una regla de formación se evidencia en las respuestas incompletas o imprecisas de los estudiantes al intentar avanzar en una secuencia, desde los primeros términos hacia términos lejanos, probablemente porque no logran identificar la variación o el núcleo existente entre los primeros elementos. Esto apoya lo que Godino y Font (2003) propusieron con respecto a los niveles de algebrización, ya que la mayoría de las personas parecen estar atascadas en un nivel aritmético operacional, sin lograr el salto a una representación generalizada. La enumeración parcial de términos observada en algunos casos muestra un esfuerzo temprano por identificar la periodicidad, pero la falta de formalización en un marco matemático sugiere la necesidad de una orientación pedagógica más sistemática.

En la segunda situación, específicamente en la pregunta 6, se identificaron errores comunes cuando se les solicita calcular la cantidad ahorrada a los 30 días. Estos errores ponen de manifiesto que el método se vuelve disfuncional y pone en manifiesta errores en el caso de que el alumno no tenga a su disposición una regla general. Lo mencionado anteriormente se conecta con la argumentación de Radford (2006), quien sostiene que la falta de generalización simbólica limita la capacidad de pensar en términos más abstractos.

En la pregunta 9, la dificultad para encontrar una fórmula general (en función de n) evidencia que los estudiantes utilizan un enfoque basado en ejemplos concretos y no logran vincular la estructura gráfica a una función. Algunos estudiantes proponen "sumar 2 sillas por mesa", lo que indica que perciben la diferencia constante, pero no logran formalizar la relación lineal, como $S_n = 4 + (n-1) \cdot 2$. Esto concuerda con los hallazgos de Kieran (2004) sobre la evolución del pensamiento aritmético al algebraico: el estudiante debe atravesar ciertos niveles que relacionen de forma lógica lo que observan con una estructura algebraica.

Al aplicar la teoría de Zapatera (2018) sobre la generalización cercana, lejana y la regla de formación, se observa que los estudiantes se desenvuelven con la generalización cercana, como se evidencia en su habilidad para predecir correctamente para 5 o 12 mesas. Sin embargo, enfrentan problemas al intentar formular la regla para n mesas. Esto sugiere que hay una discrepancia entre los niveles recursivo y funcional en su pensamiento. Godino y Font (2003) indican que este tipo de producciones se sitúa en un nivel de algebrización inicial, en el que se opera con cifras sin construir una representación simbólica que capture el patrón en términos generales.

Se detectaron deficiencias conceptuales en la interpretación de la secuencia propuesta en la situación 3. Algunos estudiantes escriben respuestas incorrectas, como la suma irregular de valores, o no siguen la diferencia constante de dos sillas por cada mesa.



Esto demuestra una comprensión parcial de la noción de regularidad. Estos errores provienen del enfoque no sistemático en la organización de datos; pocos estudiantes utilizaron la tabla como una herramienta estructural para el análisis de patrones. Como afirman Godino y Font (2003), el uso de representaciones ordenadas, ya sea tablas o diagramas, ayuda a pasar de lo concreto a lo abstracto y a identificar errores en la construcción de la secuencia.

La situación dada sirve como una oportunidad para introducir el concepto de función lineal con un contexto gráfico. El patrón identificable sigue una regla de la forma $S_n = 4 + (n-1) \cdot 2$, donde el número de sillas depende del número de mesas. Sin embargo, lo realizado por los estudiantes indica que esta relación no les resulta del todo clara y se mantienen en una forma de razonamiento recursivo. Como señala Kieran (2004), los niños por lo general, utilizan en su mayoría conceptos aritméticos en lugar de ver la relación como un todo, lo cual es uno de los obstáculos para pasar a una forma de pensar algebraica.

La explicación más probable para describir las respuestas de los estudiantes a la creación de una regla para n mesas se relaciona con el sentido de la variable como "cualquier número" y no como un número concreto. Se ha señalado que el pensamiento algebraico implica el uso y la comunicación de relaciones a través de símbolos y reglas que incorporan generalidad y de manera, en cierto modo, gradual (Kieran, 2004; Vergel, 2019). En este caso, la respuesta correcta no se deriva de la comprensión de la estructura del arreglo y de la función en la que quiere plantear la relación, que es el nivel más elevado de algebrización en el que se genera y se trabaja con un objeto intensivo (Godino et al., 2014). Por tanto, si el uso de las estrategias es en gran medida el conteo o la numeración, es comprensible que el estudiante se quede atrapado en la generalización fáctica y no logre avanzar hacia la generalización simbólica (Radford, 2006; Barreto y Chavesta, 2023).

Los resultados en esta investigación demuestran la necesidad de guiar el proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento algebraico por medio de la generalización, en primer lugar, a no limitarla a la planificación de actividades limitadas a la continuidad de secuencias a términos inmediatos, sino que también requiere hacer enunciados, justificar procesos y usar diferentes representaciones (Ministerio de Educación del Perú, 2016). Desde esta perspectiva, el nivel de desempeño en contar y usar extensiones parciales refleja cierto avance en el reconocimiento de regularidades, pero es una indicación de argumentación y formalización que se espera para el final del nivel primario, más aún respecto al término general y la relación multiplicativa como cambio constante (Ministerio de Educación del Perú, 2016; Godino y Font, 2003). Así, desde esta perspectiva, el hecho de que los

estudiantes que conformaron la muestra de estudio se encuentren en proceso, en su gran mayoría, puede considerarse prueba de que se realiza cierto trabajo sobre patrones, pero no con suficiente énfasis en las explicaciones de relaciones, la organización de datos y la formulación de reglas generales (Kaput, 2000; Alsina, 2019). Lo descrito pone de manifiesto el proceso de generalización que presentan los estudiantes de sexto grado de primaria. Se describieron los resultados cuantitativos y se hizo un contraste con evidencias de lo que los estudiantes realizaron en cada situación planteada y lo que afirmaron los diversos autores mencionados en este estudio.

CAPÍTULO V CONCLUSIONES

PRIMERO. Se determinó que los estudiantes de sexto grado de la institución educativa de Huarmaca, en Piura, lograron en su mayoría obtener un nivel de desempeño en proceso en la generalización de patrones. Aunque notan regularidades simples e identifican términos cercanos en una secuencia, presentaron dificultades en extender las regularidades de términos lejanos y en la formulación de una regla general para cada secuencia planteada. Esto confirma que se encuentran en una fase de transición entre el pensamiento aritmético y el algebraico, en el que predomina el reconocimiento visual de regularidades en lugar de la abstracción. Esto explica además lo que se menciona en el análisis de los resultados de los niveles de logro, pues el Ministerio de Educación (2023) muestra que, en la competencia algebraica, los estudiantes presentan diversas dificultades en la comprensión de regularidades y en la justificación de su razonamiento para comprender el patrón de la secuencia.



Estas dificultades surgen de la incapacidad de la falta de comprensión de los elementos numéricos, gráficos y simbólicos, lo que promueve la transición hacia la generalización. En este sentido, los hallazgos de este estudio no solo se alinean con esta tendencia en el ámbito nacional, sino que también enfatizan la necesidad de implementar iniciativas pedagógicas destinadas a fortalecer la enseñanza de la competencia sobre regularidad, equivalencia y cambio en la educación primaria, con más estrategias que aborden estas deficiencias en la construcción del pensamiento algebraico.

SEGUNDO. Los resultados mostraron que en los patrones de repetición los estudiantes tienden a identificar y extender secuencias con términos cercanos, la mayoría de ellos en el nivel de proceso. Sin embargo, en el caso de términos lejanos y la formulación de reglas generales, las evidencias reflejan que su razonamiento está limitado a la observación concreta del núcleo repetitivo. Este hallazgo se relaciona con la afirmación de Radford (2006), quien indica que el pensamiento algebraico se desarrolla de estructuras más concretas a otras gradualmente más abstractas, y resalta la importancia de la planificación de estrategias de enseñanza que guíen a los estudiantes más allá de actividades de reconocimiento de regularidades y de conteo como única estrategia en una secuencia.

TERCERO. En los patrones de recurrencia numéricos, se determinó que los estudiantes se ubicaron en el nivel de proceso. En este tipo de patrón, lograron extender secuencias y calcular términos sucesivos, pero en la mayoría de los casos no pudieron explicar los procedimientos ni formular expresiones generales. Esta evidencia confirma lo expuesto por Kieran (2004) cuando sostiene que en el nivel primario los estudiantes todavía se encuentran en un estado de transición al pensamiento algebraico y presentan problemas para comprender y relacionar cantidades numéricas, con variables y símbolos.



Asimismo, Mason, Graham y Johnston-Wilder (2012) argumentan que el razonamiento algebraico implica la capacidad de identificar estructuras comunes a través de secuencias numéricas, un nivel de abstracción que los niños en la educación primaria pueden no poseer completamente. Por lo tanto, los resultados muestran una etapa natural del desarrollo cognitivo en el que el razonamiento basado en el conteo y observación concreta predomina antes de que se establezca el pensamiento abstracto.

CUARTO. Los patrones de recurrencia gráficos fueron los que presentaron una mayor incidencia en la cantidad de estudiantes en inicio. Estos no lograron establecer regularidades y continuar la regularidad para extender la secuencia a términos más lejanos. En la regla de formación, los estudiantes no lograron transformar el patrón visual en una expresión algebraica en la que debían relacionar los elementos del gráfico, lo que prueba que todavía no logran desarrollar su capacidad de abstracción. Esto puede explicarse porque, como sostiene Piaget (1970), durante esta etapa educativa, los estudiantes realizan operaciones concretas, apoyados de la observación y la manipulación de elementos concretos; y tienden a tener dificultades para coordinar simultáneamente aspectos espaciales y numéricos en una misma situación. En ese sentido, Radford (2006) sostiene que este avance gradual en la generalización implica que un estudiante supere su dependencia a la percepción y avance hacia un pensamiento más abstracto, donde relacione cantidades con símbolos. Por lo tanto, los estudiantes que conformaron este estudio todavía no logran este avance en su pensamiento algebraico, lo que se reflejó en esta situación con patrones recursivos gráficos numéricos.

CAPÍTULO VI SUGERENCIAS

PRIMERO. Se recomienda que las instituciones educativas primarias incorporen de forma gradual y organizada dentro de sus programas curriculares de matemáticas actividades dirigidas a promover sus capacidades de generalización, con el objetivo de facilitar las transiciones del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico. Estas actividades deberían fomentar la justificación de procedimientos, el uso de diferentes representaciones (numérica, gráfica y simbólica), la construcción lógica de reglas generales, para que los estudiantes vayan más allá del único inconveniente de depender del aspecto visual de los patrones hacia procesos de abstracción más sólidos.

SEGUNDO. Se recomienda planificar actividades de aprendizaje en las que un estudiante no solo se limite a la identificación del núcleo repetitivo, sino que realice la predicción y verificación de términos más lejanos y explique el método empleado. Estas tareas deberían permitir a los estudiantes desarrollar desde el conteo inmediato hacia estrategias organizadas, asistidos por tablas o diagramas que les sirva de guía para la extensión de una secuencia. De esta manera, los estudiantes podrán desarrollar su pensamiento algebraico desde estructuras simples hasta abstracciones más complejas.

TERCERO. Se recomienda que los docentes planifiquen problemas contextualizados, en los que se construyan expresiones numéricas a partir de secuencias. La integración de tablas en el contexto del problema les permitirá identificar estructuras comunes y relacionar cantidades numéricas con variables y símbolos. De esta manera, se relacionarán las operaciones aritméticas con el álgebra y con ello se permitirá que los niños fortalezcan su pensamiento algebraico al conducirlos a la generalización a través de operaciones, números y símbolos.

CUARTO. Se sugiere que se haga uso de una mayor cantidad de recursos manipulativos y materiales visuales (mosaicos, figuras geométricas, bloques, etc.) que ayuden a los estudiantes a identificar regularidades en las configuraciones espaciales y establecer relaciones numérico-gráficas. Además, se deben introducir actividades que combinen lo concreto con lo abstracto para que los estudiantes puedan identificar el núcleo de repetición en la figura y traducirlo progresivamente a expresiones generales. Estas estrategias ayudarán en el desarrollo del pensamiento abstracto necesario para superar los desafíos que implica la generalización de los patrones gráficos numéricos.

REFERENCIAS

Acosta, Y.



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

(2024). Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: Efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición.

PNA, 18(2), 189-222. doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256

Acosta, Y. y

Alsina, Á.

(2022). Influencia del contexto de enseñanza en la representación de patrones en educación infantil.



doi.org | El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 11(2), 1-37.

<https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/6672>

Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. Avances de Investigación en Educación Matemática, 22, 91-110.

doi.org/10.35763/aiem22.4193

Alsina, Á. (2015). Sobre el sentido de las matemáticas en la Educación Primaria: ¿instruir para la escuela o educar para la vida? Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/sobre-el-sentido-de-las-matematicas-en-la-educacion-primaria-instruir-para-la-escuela-o-educar-para-la-vida/>



dialnet.unirioja.es | Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8867072.pdf>

Alsina, Á. (2019). Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas



www.redalyc.org

<https://www.redalyc.org/journal/405/40576157007/40576157007.pdf>

(6-12 años).

Profesorado, 23(4), 353-356. <https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/77100>



Arias-Gómez, J., Villasís-Keever, M., & Miranda Novales, M. (2016).

El protocolo de investigación III: la población de estudio. Revista Alergia México, 63(2), 201-206. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=486755023011>

Ayala-Altamirano, C., Pinto, E., Molina, M. y Cañadas, M. (2023). La invención



hdl.handle.net | Tendencias y desafíos acerca del desarrollo del pensamiento numérico y algebraico: un diálogo entre SEIEM y SOMIDEN
<https://hdl.handle.net/10481/109884>

como medio para evidenciar el pensamiento algebraico en educación primaria.

Investigación en Educación Matemática XXVI. SEIEM, 155-162. <https://hdl.handle.net/10630/27695>

Barreto, A. y Chavesta, L. (2023). Estrategias lúdicas para mejorar la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en primer grado de primaria [tesis de licenciatura, Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo]. <https://hdl.handle.net/20.500.12893/12512>

Bautista-Pérez, J., Bustamante-Rosario, M. y



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

Amaya, T. (2021). Desarrollo de razonamiento algebraico elemental a través de patrones y secuencias numéricas y geométricas. Educación matemática, 33(1),



23.07.2025 TRABAJO ACADÉMICO LUZ SOTO.pdf | 23.07.2025 TRABAJO ACADÉMICO LUZ SOTO

Viene de de mi grupo

125-152. doi.org/10.24844/EM3301.05

Butto, C.



ri.uagro.mx | Prácticas matemáticas y formas normativas de razonamiento que soportan la evolución del razonamiento matemático en el marco del pensamiento funci...

<http://ri.uagro.mx/handle/uagro/1142>

Rojo, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. Educación Matemática, 16(1), 113-148.

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>



Carpenter, T., Megan, F., & Levi, L. (2003). Thinking Mathematically. Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School.

Heinemann. <https://hdl.handle.net/20.500.12365/17769>



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar.



repositorio.uss.edu.pe

https://repositorio.uss.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12802/10317/Vega_Tavara_Carlos_Enrique.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Investigación en

Educación Matemática XVI, 75-94. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1145176/Castro2012Dificultades.pdf>

Castro, M. y Rivadeneira, F. (2022). Posibles causas del bajo rendimiento en las matemáticas: una revisión a la literatura. Polo del conocimiento, 7(2), 1089-1098.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8354915>

Cervantes-Barraza, J., Valbuena, S. y Paternina, Y. (2019). Argumentos de estudiantes de primaria en el contexto del álgebra temprana. Educación y Humanismo, 21(37),



120-138. doi.org/10.17081/eduhum.21.37.3459
Cetina-Vázquez, M. y Cabañaz-Sánchez,



doi.org | El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>

G. (2022).

Estrategias de generalización de patrones y sus diferentes formas de uso en quinto grado. Enseñanza de las ciencias, 40(1), 65-86.

doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096

Coz, L. y Castillo, L. (2019).

Desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos del primer y segundo grados de educación secundaria - caso: Institución Educativa Particular Ingeniería de Huancayo [tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Centro del Perú]. <https://repositorio.uncp.edu.pe/handle/20.500.12894/5684>
Cuñat, M. y Cuñat, R. (2022). Las leyes de educación en España vs resultados de evaluación del Informe Pisa: un análisis en el periodo 2000-2018.



Educatio siglo XXI: Revista de la Facultad de Educación,

40(1), 9-30. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8344061>

Delgado, C. (2024).



Competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y la comprensión lectora en estudiantes del primer grado de secundaria [tesis de licenciatura, Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo].

<https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/12934>

Díaz, P. (2020). Aplicación del laboratorio didáctico integrador para mejorar la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio [tesis doctoral, Universidad César Vallejo]. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/51846>

Durán, L. (2024). Dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje del álgebra. Gaceta de Pedagogía, (49), 33-49.

<https://revistas.upel.edu.ve/index.php/gaceta/article/download/2615/2815/6295>

Frias-Navarro, D. (2025). Apuntes de estimación de la fiabilidad de consistencia interna de los ítems de un instrumento de medida. <https://www.uv.es/friasnav/AlfaCronbach.pdf>

Gaita, C., Wilhelmi, M., Ugarte, F. y Gonzales, C. (2023). Indicadores de niveles de razonamiento algebraico elemental en educación primaria en la resolución de tareas de proporcionalidad con tablas de valores. Educación Matemática, 35(3), 49-81. doi.org/10.24844/EM3503.02

Gaita, R. y Wilhelmi, M.



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

(2019). Desarrollo del razonamiento algebraico elemental mediante tareas de recuento con patrones.



Bolema, Rio Claro (SP), 33(63), 269-289. doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a13



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición

<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

Godino

J. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.

ReproDigital. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf



repositorio.minedu.gob.pe

<https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/11382/Conocimiento%20profesional%20del%20docente%20de%20matem%3a1tica%20sobre%20sucesiones%20num%3a9ricas%20y%20sus%20patrone...>

Godino, J., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M.



ri.uaagro.mx | Prácticas matemáticas y formas normativas de razonamiento que soportan la evolución del razonamiento matemático en el marco del pensamiento funci...

<http://ri.uaagro.mx/handle/uaagro/1142>

(2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Enseñanza de las



funes.uniandes.edu.co

<https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1316426/Arboleda2021UnaPropuesta.pdf>

ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas,

32(1), 199-219. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/287515>



Documento de otro usuario

Viene de otro grupo

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la

investigación. Mc Graw Hill. <https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2>.



%20Hernandez,%20Fernandez%20y%20Baptista- Metodolog%C3%ADa%20Investigacion%20Cientifica%206ta%20ed.

pdf



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*,



www.scielo.org.mx | La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=52448-80892022000200134

8(1), 139-151.

https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grades_What_is_it

Medina, M., Rojas,



R., Bustamante, W., Loaiza, R., Martel, C., & Castillo, R. (2023). *Metodología de la investigación. Técnicas e instrumentos de investigación*.

INUDI. <https://doi.org/doi.org/10.35622/inudi.b.80>

Ministerio de Educación del Perú. (2016). Programa Curricular de Educación Primaria. <https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-nivel-primaria-ebr.pdf>

Ministerio de Educación del Perú. (2017). Matemática 6: cuaderno de trabajo. Ministerio de Educación del Perú. <https://hdl.handle.net/20.500.12799/5260>

Ministerio de Educación del Perú. (2023). Resultados de la Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje de Estudiantes. <http://umc.minedu.gob.pe/resultadosenla2023/>



Documento de otro usuario
Viene de de otro grupo

Ministerio de Educación del Perú. (2024). El Perú en PISA 2022. Informe nacional de resultados. Oficina de Medición de la Calidad de los

Aprendizajes. <http://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2022/>

Ministerio de Educación del Perú. (2024). ENLA 2023: Resultados de aprendizaje. Piura. <https://hdl.handle.net/20.500.12799/10497>

Ministry of Education Ontario.



(2005). *The Ontario Curriculum Grades 9 and 10*.

Mathematics. <https://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math910curr.pdf>



ri.uagro.mx | Prácticas matemáticas y formas normativas de razonamiento que soportan la evolución del razonamiento matemático en el marco del pensamiento funci...
<http://ri.uagro.mx/handle/uagro/1142>

Mulligan, J., &



doi.org | El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>

Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*,



hdl.handle.net | Generalización de patrones en sucesiones aritméticas figurales como estrategia para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiante...
<http://hdl.handle.net/11317/1506>

21(2), 33-49.

<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ883867.pdf>

Muñoz-Chávez,



C., Ramírez-Granados, L. y Aké, L. (2024).

Propuesta didáctica para favorecer el razonamiento algebraico a través de patrones figurales en GeoGebra.



PädiUAQ, 7(14), 1-20. doi.org/10.61820/puaq.v7i14.1180
Palacios,

J. y Tito, M. (2023). Estudio descriptivo comparativo de los niveles del pensamiento algebraico alcanzado por estudiantes en dos instituciones educativas públicas, 2021 [tesis de licenciatura, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. <https://hdl.handle.net/20.500.12773/16511>



dialnet.unirioja.es | Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8867072.pdf>

Papic, M., &



doi.org | El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones
<https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>

Mulligan, J. (2007). *The Growth of Early Mathematical Patterning: An Intervention Study*.



hdl.handle.net | Avances en la didáctica del álgebra en educación infantil: vinculando conocimientos y tipos de pensamiento algebraico
<http://hdl.handle.net/10256/23970>

Mathematics: Essential Research, Essential

Practice, 2, 600. [https://research-management.mq.edu.au/ws/portalfiles/portal/17156711/mq-17262-Publisher%20version%20\(open%20access\)](https://research-management.mq.edu.au/ws/portalfiles/portal/17156711/mq-17262-Publisher%20version%20(open%20access)).



pdf

Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore,

M. (2011). *Assessing the Development of Preschoolers'*



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-268.
doi.org/10.5951/jresmetheduc.

42.3.0237

Pérez, R. (2022). *Pensamiento algebraico, conocimiento y actividades basadas en patrones para la transición de primaria a secundaria* [tesis de maestría, Universidad de Valladolid]. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/57664/TFM-G1688.pdf?sequence=1>
Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021).



www.academia.edu | (PDF) Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición. | Angel Alsina - A...
https://www.academia.edu/113591925/Modos_de_pensamiento_algebraico_en_educacion_infantil_efectos_de_un_itinerario_de_enseñanza_de_patrones_de_repetición

El álgebra temprana en los libros de texto de Educación

Primaria.



Bolema, Rio Claro (SP), 35(71), 1316-1337. doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). *Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria*. *Educación Matemática*, 33(1), 153-180.

doi.org/10.24844/em3301.06

Pincheira, N., Acosta, Y. y Alsina, Á. (2022).

Incorporación del álgebra temprana en educación infantil: Un análisis desde los libros de texto.

PNA, 17(1), 1-24.

doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522

Pulido, E. (2021).

Una



Documento de otro usuario
Viene de de otro grupo

introducción a la generalización de patrones geométricos a partir de una secuencia de enseñanza online en estudiantes de sexto grado



hdl.handle.net | Motivos asociados a la conducta violenta contra la pareja en hombres desmovilizados del conflicto armado
<http://hdl.handle.net/10584/4499>

[tesis de maestría, Universidad del Norte]. <http://hdl.handle.net/10584/9628>



ri-ng.uaq.mx
<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

Radford,

L. (2006). *Algebraic Thinking and The Generalization of Patterns: A Semiotic*



www.scielo.org.mx | La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=scl_arttext&pid=S2448-80892022000200134

Perspective.

PME-NA, 1, 2-21. https://www.researchgate.net/publication/239933692_Algebraic_thinking_and_the_generalization_of_patterns_A_semiotic_perspective



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities.

PNA Revista didáctica de la matemática, 4(2), 37-62. doi.org/10.30827/pna.v4i2.6169

Radford, L. (2014).

The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. Mathematics Education Research Journal,



dx.doi.org | Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones : una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria

<https://dx.doi.org/10.12802/relime.18.2114>

26, 257-277

doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Ramos, G. (2022). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno [tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Altiplano].

<http://repositorio.unap.edu.pe/handle/20.500.14082/18539>



Ramos, M. y Aké, L. (2023). Pensamiento algebraico a través de la generalización de patrones. Un estudio de caso con estudiantes de bachillerato.

PädiUAQ, 7(13), 1-20. <https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/820>

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E., McLean, L., & McElDoon, K.



doi.org | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición

<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

(2013). Emerging Understanding of Patterning in 4-Year-Olds. Journal of Cognition and Development,

14(3),

376-396.

doi.org/ 10.1080/15248372.2012.689897

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E., Hofer, K., & Farran, D. (2016). Early Math Trajectories:

Low-Income Children's Mathematics Knowledge From Ages 4 to 11. Running Head: Early Math Trajectories,



1-41. doi.org/10.1111/cdev.12662

Rodríguez, I. (2020).

Estrategias de generalización de patrones geométricos de estudiantes de Educación Secundaria [trabajo de fin de grado, Universidad de Cantabria].

<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/22827/Rodr%C3%ADguezNovoalrene-TFG.pdf?sequence=1>

Rojas, P. y Vergel,



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

R. (2014). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. Revista científica,

17(2), 688-694. doi.org/10.14483/23448350.7753

Silva, G. (2021). Desarrollo del pensamiento algebraico temprano en estudiantes de primaria a través de equivalencias [tesis de maestría, Universidad Autónoma de Querétaro]. <http://ri-ng.uaq.mx/handle/123456789/3455>

Valenzuela, J. y



ri.uagro.mx | Aspectos cognitivos que evidencian niños de tercero de primaria en la generalización de patrones figurales.

<http://ri.uagro.mx/handle/uagro/3767>

Gutiérrez, V.



ri-ng.uaq.mx

<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IGMAC-309211.pdf>

(2018). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generalización visual de sucesiones de figuras. Educación Matemática, 30(2),



23.07.2025 TRABAJO ACADÉMICO LUZ SOTO.pdf | 23.07.2025 TRABAJO ACADÉMICO LUZ SOTO

Viene de de mi grupo

49-72.



doi.org/10.24844/EM3002.03

Van de Whalle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2014). Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally.

Pearson. <https://archive.org/details/fieldexperienceg0004edbayw/page/n1/mode/2up>

Vega, C. (2022).



repositorio.uss.edu.pe

https://repositorio.uss.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12802/10317/Vega_Tavara_Carlos_Enrique.pdf?sequence=1&isAllowed=y



48

alicia.concytec.gob.pe | Resultados de Búsqueda por Autor
<https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/index.php/Author/Home?author=Vega+Tavara%2C+Carlos+Enrique>

problemas

[tesis de maestría, Universidad Señor de Sipán].

<https://repositorio.uss.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12802/10317/Vega%20Tavara%20Carlos%20Enrique.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B. V., & Lieven.



49

[doi.org](https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256) | Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición
<https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>

(2019). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. *Mathematical Learning and Cognition in Early*

Childhood,



139-161. doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_9
Vergel, R. (2019).



50

www.revformacaodocente.com.br | Pensamiento algebraico en primaria: un reto para la formación docente
<https://www.revformacaodocente.com.br/index.php/rbfp/article/download/493/295>

Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético "sofisticado" y proto-formas de pensamiento algebraico.

XV CIAEM-IACME. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/1072/571>



51

[hdl.handle.net](http://hdl.handle.net/10256/23970) | Avances en la didáctica del álgebra en educación infantil: vinculando conocimientos y tipos de pensamiento algebraico
<http://hdl.handle.net/10256/23970>

Zapatera, A. (2018).



52

ri-ng.uaq.mx
<https://ri-ng.uaq.mx/bitstream/123456789/9646/1/IIGMAC-309211.pdf>

Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria.



53

uvadoc.uva.es
<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/57664/TFM-G1688.pdf?sequence=1>

Números. Revista de

didácticas de las matemáticas, 97, 51-67. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6360611>



54

[dx.doi.org](http://dx.doi.org/10.54541/reviem.v4i1.100) | Diseño didáctico para desarrollar el Álgebra Temprana en estudiantes de 9-10 años al generalizar patrones
<http://dx.doi.org/10.54541/reviem.v4i1.100>

Zapatera, A. (2022).



55

www.scielo.org.mx | La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892022000200134

La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación



56

[dx.doi.org](http://dx.doi.org/10.54541/reviem.v4i1.100) | Diseño didáctico para desarrollar el Álgebra Temprana en estudiantes de 9-10 años al generalizar patrones
<http://dx.doi.org/10.54541/reviem.v4i1.100>

primaria. *Educación Matemática*, 34(2),



57

Documento de otro usuario
Viene de de otro grupo

134-152.

doi.org/10.24844/EM3402.05

Zubieta, C. (2021). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes del primer ciclo de escolaridad (1°- 3°) de la I. E. Barrio Santa Margarita - Sede Escuela Santa Margarita: un estudio de caso [tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81135>



¿Qué nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?

Problemas específicos ¿Qué nivel de generalización de patrones de repetición alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?



¿Qué nivel de generalización de patrones de recurrencia numéricos alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en la institución educativa de Huarmaca, 2025?

¿Qué nivel de generalización de patrones de recurrencia gráficos alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025?
Objetivo General.



Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia en los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025. Objetivos específicos.

Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025.



Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia numéricos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025. Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia gráficos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025. VARIABLE Generalización de patrones Tipo de investigación: Básica Enfoque: Cuantitativo Diseño de Investigación: Descriptivo, no experimental; análisis estadístico de datos mediante Excel, SPSS Método: Método inductivo Técnica.

Test o evaluación Instrumento Evaluación Población/Muestra 27 estudiantes de sexto grado de primaria en una institución educativa de Huarmaca, 2025.

DIMENSIONES INDICADORES

Generalización de patrones de repetición



hdl.handle.net | Generalización de patrones en sucesiones aritméticas figurales como estrategia para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiante...
<http://hdl.handle.net/11317/1506>

Generalización cercana Generalización lejana Formalización de una regla de formación

Generalización de patrones de recurrencia numérica Generalización cercana Generalización lejana Formalización de una regla de formación

Generalización de patrones de recurrencia gráfica Generalización cercana Generalización lejana

Formalización de una regla de formación

Anexo 2. Matriz de operacionalización de variable

Definición conceptual Definición operacional Dimensiones Ítems Escala de medición Nivel y rango



www.scielo.org.mx | La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=52448-80892022000200134

La generalización de un modelo algebraico se basa en la capacidad de captar alguna regularidad observada en algunos elementos de una secuencia, siendo conscientes de que esta regularidad se aplica a todos los términos de la secuencia y siendo capaces de utilizarla para proporcionar una expresión directa de cualquier término de la secuencia (Radford, 2006). Radford (2008) concreta la generalización de patrones en tres etapas: en la primera etapa el estudiante observa una propiedad común en algunos términos de una secuencia y extiende la propiedad observada a términos cercanos (generalización cercana), en la segunda extiende la propiedad a términos lejanos (generalización lejana) y en la tercera obtiene una regla general que permite calcular cualquier término.

Por medio de la planificación y aplicación de un test, se analizará el proceso de generalización de patrones de repetición y de crecimiento (recurrencia) en los estudiantes de sexto grado de primaria. Los resultados de los niveles de logro se medirán por medio del baremo (inicio, proceso y logrado), en el que, a cada pregunta de respuesta abierta se le asigna 2 puntos por respuesta correcta, 1 por respuesta parcial y 0 por respuesta incorrecta. Este test cuenta con un manual de codificación que permite la clasificación de las respuestas como correcta, parcial o incorrecta. Generalización cercana 1, 4 y 7 Baremo ordinal Inicio Proceso Logrado Inicio (0-6) Proceso (7-12) Logrado (13-18)

Generalización lejana 2, 5 y 8

Formalización de una regla de formación 3, 6 y 9

Anexo 3. Consentimiento informado

□

Anexo 4. Evaluación de aplicación y manual de codificación

EVALUACIÓN DE APLICACIÓN Y MANUAL DE CODIFICACIÓN

TÉCNICA: REGISTRO

Instrumento: Test

FUNCIÓN PARTICIPANTES

Test para recoger evidencias de los estudiantes del proceso de generalización en patrones de repetición y recurrencia. Estudiantes de sexto grado de primaria

FECHA: Junio 2025

CATEGORÍA: Proceso de generalización de patrones

SUBCATEGORÍAS: Patrones de repetición Patrones de recurrencia

ESTRUCTURA DEL TEST

TIPO DE PATRÓN ETAPA DE GENERALIZACIÓN PREGUNTA

SITUACIÓN 1 Patrón de repetición Generalización cercana En esta secuencia, ¿en qué posición se ubicará el círculo en la figura 10 y en la figura 15? Dibuja el círculo en los siguientes cuadrados según corresponda.

Generalización lejana Carmen estuvo frente a la pantalla hasta que apareció la figura 30. ¿En qué posición se ubicó el círculo en ese momento? Dibuja el círculo en el cuadrado a continuación y justifica tu respuesta.

Identificación de la regla Si se observan las 50 primeras figuras de esta secuencia, ¿cómo explicarías en qué posiciones se encuentra esta figura?

SITUACIÓN 2 Patrón de recurrencia numérico Generalización cercana ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 5?

Generalización lejana ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 15?

Identificación de la regla ¿Qué operaciones matemáticas puede utilizar Catalina para calcular el dinero ahorrado hasta el día 30 que finaliza su ahorro? Escribe aquí tu operación.

SITUACIÓN 3 Patrón de recurrencia gráfico/numérico Generalización cercana ¿Cuántas sillas ordenarse en 5 mesas juntas? Justifica tu respuesta.

Generalización lejana ¿Cuántas sillas podrán ordenarse en 12 mesas juntas? Justifica tu respuesta.

Identificación de la regla Si se desea ordenar n mesas. ¿Cómo podría Greta encontrar una expresión que indique la cantidad de sillas que se necesita? Justifica tu respuesta.

INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN Y MANUAL DE CODIFICACIÓN

Nombre: _____ Fecha: _____

ACTIVIDAD DE MATEMÁTICA

Lee con detenimiento cada situación planteada y en cada una tendrás tres preguntas por resolver.

Puedes utilizar los espacios libres para hacer dibujos, trazos y también operaciones.

Tu participación en esta actividad es muy valiosa. Pon tu mayor esfuerzo.

SITUACIÓN 1: Carmen va a una tienda comercial y observa una pantalla cuadrada en la que un círculo va cambiando de posición de esquina a esquina siguiendo una secuencia como se muestra en la imagen.

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Fig. 5 Fig. 6 Fig. 7 Fig. 8

Fig. 9 Fig. 10 Fig. 11 Fig. 12 Fig. 13 Fig. 14 Fig. 15

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Fig. 5 Fig. 6 Fig. 7 Fig. 8

Fig. 9 Fig. 10 Fig. 11 Fig. 12 Fig. 13 Fig. 14 Fig. 15

En esta secuencia, ¿en qué posición se ubicará el círculo en la figura 10 y en la 15? Dibuja el círculo en los siguientes cuadrados según corresponda.

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Carmen estuvo frente a la pantalla hasta que apareció la figura 30. ¿En qué posición se ubicó el círculo en ese momento? Dibuja el círculo en el cuadrado a continuación y explica cómo llegaste a tu respuesta.

Justificación

Justificación

Fig. 30

Fig. 30

Si se observan las 50 primeras figuras de esta secuencia, ¿cómo explicarías en qué posiciones se encuentra esta figura?

Justificación

Justificación

SITUACIÓN 2. Catalina se está preparando para un paseo a un lugar turístico, para ello ha decidido ahorrar diariamente de la siguiente manera: El primer día ella tiene 4 soles y cada día siguiente ahorra 3 soles más durante un mes, como se muestra en la siguiente tabla.

Día 1 2 3 4 ...

Dinero ahorrado 4 7 10

¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 5?

Respuesta: Hasta el día 5 Catalina ahorró _____ soles.

¿Cuánto dinero tenía ahorrado Catalina hasta el día 15? Explica cómo lo hallaste.

Respuesta: Hasta el día 15 Catalina ahorró _____ soles.

Catalina expresa su total de dinero ahorrado en cada día de la siguiente manera:

Día Ahorro Total

Día 1 4 4

Día 2 $4 + 3$ 7

Día 3 $4 + 3 + 3$ 10

Día 4 $4 + 3 + 3 + 3$ 13

Día 30

¿Qué operaciones matemáticas puede utilizar Catalina para calcular el dinero ahorrado hasta el día 30 que finaliza su ahorro?

Escribe aquí tu operación

Escribe aquí tu operación

SITUACIÓN 3. Para el cumpleaños de Greta, sus familiares están ordenando las sillas y mesas para estar listos cuando lleguen los invitados. Ellos han decidido distribuir las mesas y sillas de la siguiente forma:

Entonces del gráfico, se observa que:

Cantidad de mesas 1 2 3 4 ...

Cantidad de sillas 4 6 ...

¿Cuántas sillas podrán ordenarse en 5 mesas juntas?

Justifica tu respuesta

Justifica tu respuesta

¿Cuántas sillas podrán ordenarse en 12 mesas juntas?

Justifica tu respuesta

Justifica tu respuesta

Greta utilizó la cantidad de mesas y sillas para realizar la siguiente tabla

Cantidad de mesas 1 mesa 2 mesas 3 mesas 4 mesas ... "n" mesas
Cantidad de sillas $4 = 1 + 3$ $6 = 2 + 4$ $8 = 3 + 5$...

□ "n" es un símbolo que se usa para representar una cantidad numérica. Por ejemplo:
Si $n = 1$. Significa que se ha organizado una mesa.
Si $n = 3$. Significa que se ha organizado tres mesas.

"n" es un símbolo que se usa para representar una cantidad numérica. Por ejemplo:
Si $n = 1$. Significa que se ha organizado una mesa.
Si $n = 3$. Significa que se ha organizado tres mesas.

Si se desea ordenar n mesas. ¿Cómo podría Greta encontrar una expresión que indique la cantidad de sillas que se necesita?

□ Prensita on X: "Peque, recuerda que aunque las clases sean en línea debes permanecer muy atento, participativo, hacer tus tareas y repasar lo aprendido. <https://t.co/jrT20dHnG0>" / X

□ Justifica tu respuesta

Justifica tu respuesta

□

Anexo 5. Manual de codificación
MANUAL DE CODIFICACIÓN DE LA EVALUACIÓN ELABORADA

□

Nota: El estudiante puede o no completar la secuencia en la imagen dada. Se codificará en la respuesta dibujada en la imagen si hubiera dejado en blanco los recuadros. Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

Dibuja los dos círculos en los recuadros solicitados y correctamente ubicados. Puede dibujar su respuesta en el estímulo o en el espacio señalado.

□ Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

RESPUESTA PARCIAL

Dibuja solo un círculo correctamente ubicado, puede ser en el estímulo o en el espacio señalado. El otro o no lo dibuja o lo ubica mal.

□ Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

RESPUESTA INCORRECTA

Dibuja los dos círculos ubicados en lugares que no corresponden o los deja en blanco.

□ Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10 y Fig. 15

Fig. 10y Fig. 15

□

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

Dibuja el círculo en el recuadro indicado o explica su posición y da una explicación clara de cómo encontrarlo.

□ Fig. 30

Las 4 primeras figuras se repiten en esa forma de 4 en 4 hasta el 28 y se aumenta dos para el 30 y resulta como figura 2
Cuento de 8 en 8 ese grupo de figuras. 8, 16, 24, 32 y retrocedo 2 para quedar en 30

Fig. 30

Las 4 primeras figuras se repiten en esa forma de 4 en 4 hasta el 28 y se aumenta dos para el 30 y resulta como figura 2
Cuento de 8 en 8 ese grupo de figuras. 8, 16, 24, 32 y retrocedo 2 para quedar en 30

RESPUESTA PARCIAL

Responde solo el gráfico correctamente y no justifica, o no está correcto, o no se entiende la justificación.

□ Fig. 30

Es la que le toca a la 30.

Fig. 30

Es la que le toca a la 30.

RESPUESTA INCORRECTA

Se dan respuestas equivocadas o en blanco en ambas partes.

□ Fig. 30

La figura 30 es igual a la figura 3 porque $3 \times 10 = 30$

Fig.



30

La figura 30 es igual a la figura 15 porque $15 \times 2 = 30$

Fig. 30

La figura 30 es igual a la figura 3 porque $3 \times 10 = 30$

Fig.

30

La figura 30 es igual a la figura 15 porque $15 \times 2 = 30$

□

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

□ Las 4 primeras figuras se repiten en esa forma de 4 en 4 y esta figura se encuentra en 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... y así en las posiciones de 4 en 4 hasta llegar a 48.

Las 4 primeras figuras se repiten en esa forma de 4 en 4 y esta figura se encuentra en 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... y así en las posiciones de 4 en 4 hasta llegar a 48.

Da una explicación verbal o simbólica para expresar esta regularidad formada a partir del núcleo.

□ Esta figura se repite cada 4 lugares, comenzando en 4 y no estaría en 50. La última posición de la figura sería 48.

Esta figura se repite cada 4 lugares, comenzando en 4 y no estaría en 50. La última posición de la figura sería 48.

□ Está en las posiciones que son múltiplos de 4.

epiten en esa forma de 4 en 4 y esta figura se encuentra en 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... y así en las posiciones de 4 en 4 hasta llegar a 48.

Está en las posiciones que son múltiplos de 4.

epiten en esa forma de 4 en 4 y esta figura se encuentra en 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... y así en las posiciones de 4 en 4 hasta llegar a 48.

RESPUESTA PARCIAL

Responde dando solo los lugares exactos en donde aparece esa figura, sin encontrar relación entre las posiciones.

□ Está en las posiciones 4, 8,



12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48

Está en las posiciones 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36,

40, 44, 48

RESPUESTA INCORRECTA

Da una relación incorrecta o no da respuesta.

Está en las posiciones que terminan en 4.

Está en las posiciones que terminan en 4.

Está en las posiciones que son pares.

Está en las posiciones que son pares.

Va de 4 en 4 hasta llegar a 50.

Va de 4 en 4 hasta llegar a 50.

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

Indica de forma precisa que el día 5 tendrá ahorrado 16 soles. Puede mostrar el proceso de solución o no. Es válido si su respuesta la indica en la tabla o en la línea señalada.

Respuesta: 16 soles

Respuesta: 16 soles

RESPUESTA PARCIAL

Responde solo el siguiente día, es decir, confunde con el día 4 y señala como respuesta 13 soles.

RESPUESTA INCORRECTA

Da como respuesta cualquier otro valor o lo omite.

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

Indica de forma precisa que el día 15 tendrá ahorrado 46 soles. Puede mostrar el proceso de solución o no.

Respuesta: 46 soles



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
4 + 42 = 46														

Respuesta:

46 soles



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
4 + 42 = 46														

RESPUESTA PARCIAL

El que muestra un procedimiento que lo llevaría a la respuesta correcta pero no concluye o comete error de cá

lculo.



□ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
4 7 10 13 16 19 22 25 28 32 35 38 41 44 47

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
4 7 10 13 16 19 22 25 28 32 35 38 41 44 47

□ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
4 7 10 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
4 7 10 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3

RESPUESTA INCORRECTA

□ $15 \times 3 = 45$

Respuesta: 45 soles

S/3 los 15 días

$15 \times 3 = 45$ $45 + 4 = 49$

Respuesta:

49 soles

S/3 los 15 días y S/4 de inicio

$16 \times 3 = 48$

Respuesta: 45 soles

El triple de lo ahorrado en 5 días

$15 \times 3 = 45$

Respuesta:



45 soles

S/3 los 15 días

$15 \times 3 = 45$ $45 + 4 = 49$

Respuesta:

49 soles

S/3 los 15 días y S/4 de inicio

$16 \times 3 = 48$

Respuesta: 45 soles

El triple de lo ahorrado en 5 días

Da como respuesta cualquier otro valor, procedimiento equivocado o lo omite.

□

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA

Indica de forma correcta la operación que le permite encontrar la cantidad de dinero ahorrado el día 30, señalando los 4 soles de inicio y las 29 veces que aumentaría 3 soles. Puede dar o no el resultado de lo planteado.

□ Respuesta: $4 + 29 \times 3 = 91$

Respuesta: $4 + 29 \times 3 = 91$



□ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 ... 30
4 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 +3 ... +3
4 + 29 veces sumado 3

12 sillas porque así sale en la tabla.

12 sillas porque así sale en la tabla.

12 sillas.

12 sillas.

RESPUESTA PARCIAL:

Da un valor diferente a 12 sillas como resultado, pero corresponde a un dato correcto de la tabla como 8, 10, 16 o 20 sillas y da una explicación correcta que indique su aumento o relación entre sillas y mesas. Se consideran también cuando completan correctamente toda la tabla, pero no precisan respuesta alguna.

Usará 10 sillas porque las sillas van aumentando de 2 en 2.

Usará 10 sillas porque las sillas van aumentando de 2 en 2.

Se pondrán 8 sillas porque pones una mesa más y aumentas 2 sillas.

Se pondrán 8 sillas porque pones una mesa más y aumentas 2 sillas.

16 sillas porque las mesas aumentan de 1 en 1 y las sillas aumentan de 2 en 2.

16 sillas porque las mesas aumentan de 1 en 1 y las sillas aumentan de 2 en 2.

RESPUESTA INCORRECTA:

Cuando dan una respuesta diferente a todo lo mencionado a las respuestas anteriores.

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA:

Para 12 mesas se pondrán 26 sillas porque las sillas van aumentando de 2 en 2.

Para 12 mesas se pondrán 26 sillas porque las sillas van aumentando de 2 en 2.

Responde de forma correcta que para 12 mesas se ordenarán 26 sillas con una explicación sencilla que indique su aumento o relación entre sillas y mesas. Puede aceptarse también respuesta correcta sin explicación o con poco precisa.

Se pondrán 26 sillas porque pones una mesa más y aumentas 2 sillas y así sigues hasta 12 mesas.

Se pondrán 26 sillas porque pones una mesa más y aumentas 2 sillas y así sigues hasta 12 mesas.

26 sillas porque las mesas van más 1 y las sillas van más 2.

26 sillas porque las mesas van más 1 y las sillas van más 2.

26 sillas porque seguí la tabla.

26 sillas porque seguí la tabla.

26 sillas

26 sillas

RESPUESTA PARCIAL:

Da un valor diferente a 26 sillas como resultado, pero se evidencia que extendió la secuencia de manera correcta hasta un valor cercano a 12 mesas y 26 sillas. (a lo correspondiente entre 10 a 15 mesas). No se acepta resultado solo, sin justificación.

Usará Para 7 mesas 16 silla, para 8, 18 sillas, para 9, 20 sillas, para 10, 22 sillas. Entonces usará 22 sillas.

Usará Para 7 mesas 16 silla, para 8, 18 sillas, para 9, 20 sillas, para 10, 22 sillas. Entonces usará 22 sillas.

Se pondrán 24 sillas porque por cada mesa se aumenta 2 sillas.

Se pondrán 24 sillas porque por cada mesa se aumenta 2 sillas.

Va de 2 en 2 sillas hasta poner 28.

Va de 2 en 2 sillas hasta poner 28.

RESPUESTA INCORRECTA:

Para 6 mesas ponen 14 sillas para 12 mesas pone el doble, 28 sillas.

Para 6 mesas ponen 14 sillas para 12 mesas pone el doble, 28 sillas.
Cuando dan una respuesta diferente a todo lo mencionado a las respuestas anteriores.

Usará 48 sillas.

Usará 48 sillas.

28 sillas

28 sillas

Por ejemplo, el estudiante puede dar las siguientes respuestas:

RESPUESTA CORRECTA:

Indica expresiones verbales, simbólicas, algebraicas correctas que corresponden a la generalización de esta situación o regla de formación, donde se establece relación entre la cantidad de mesas y la cantidad de sillas que alcanzan. Puede mostrar explicación o no.



$2n + 2$

$2n + 2$

$n + n + 2$

$n + n + 2$

1 mesa: $1 + 3 = 1 + 1 + 2$

2 mesa: $2 + 4 = 2 + 2 + 2$

3 mesa: $3 + 5 = 3 + 3 + 2$

4 mesa: $4 + 6 = 4 + 4 + 2$

N mesas: $n + n + 2$

1 mesa: $1 + 3 = 1 + 1 + 2$

2 mesa: $2 + 4 = 2 + 2 + 2$

3 mesa: $3 + 5 = 3 + 3 + 2$

4 mesa: $4 + 6 = 4 + 4 + 2$

N mesas: $n + n + 2$

1 mesa: $4 = 2 + 2$

2 mesas: $6 = 4 + 2$

3 mesas:

$$8 = 6 + 2$$

4 mesas: $10 = 8 + 2$

Se obtiene la cantidad de sillas que sería el doble de la cantidad de mesas y le sumo 2.



1 mesa: $4 = 2 + 2$

2 mesas: $6 = 4 + 2$

3 mesas:

$$8 = 6 + 2$$

4 mesas: $10 = 8 + 2$

Se obtiene la cantidad de sillas que sería el doble de la cantidad de mesas y le sumo 2.



RESPUESTA PARCIAL:

Da su respuesta en función a un valor preciso pero lejano (más de 15 mesas) y muestra correctamente la relación de los valores que intervienen.



1 mesa: $1 + 3 = 1 + 1 + 2$

2 mesa: $2 + 4 = 2 + 2 + 2$

3 mesa: $3 + 5 = 3 + 3 + 2$

4 mesa: $4 + 6 = 4 + 4 + 2$

Si fueran 20 mesas: $20 + 22 = 20 + 20 + 2$

Si fueran 100 mesas: $100 + 102 = 100 + 100 + 2$

1 mesa: $1 + 3 = 1 + 1 + 2$

2 mesa: $2 + 4 = 2 + 2 + 2$

3 mesa: $3 + 5 = 3 + 3 + 2$

4 mesa: $4 + 6 = 4 + 4 + 2$

Si fueran 20 mesas: $20 + 22 = 20 + 20 + 2$

Si fueran 100 mesas:

$$100 + 102 = 100 + 100 + 2$$

RESPUESTA INCORRECTA:

Cualquier resultado correcto, pero no muestra su proceso de desarrollo o resultado incorrecto.

20 mesas se colocan 42 sillas

20 mesas se colocan 42 sillas

27 mesas necesitan 142 sillas

27 mesas necesitan 142 sillas

100 mesas necesitan el doble de sillas, es decir, 200 sillas

100 mesas necesitan el doble de sillas, es decir, 200 sillas

Anexo 6. Validación por juicio de expertos

VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

Lima, 30 de junio del 2025.

Señor(a): Mg. Sahara Doria Rodríguez

Presente. -

ASUNTO: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTO

Tengo el alto honor de dirigirme a Ud. para saludarle muy cordialmente y hacer de su conocimiento que soy estudiante del programa de profesionalización docente de educación primaria; donde estoy desarrollando la tesis: PROCESO DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO, HUARMACA, 2025.

Por tal motivo, recorro a Ud. para solicitar su opinión profesional a fin de validar los instrumentos de mi investigación.

Para lo cual acompaño:

Matriz de consistencia y operacionalización de variables

Ficha de opinión de expertos

Instrumento de investigación

Los objetivos de nuestra investigación son:

Objetivo general:



Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia en los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.



Objetivos específicos:

Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.

Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia numéricos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.

Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia gráficos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.

□

Agradezco por anticipado su aceptación a la presente, quedando de Ud. muy reconocido.

Atentamente,

Carlos Enrique Vega Távora

Investigador

Título de la investigación: "PROCESO DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO, HUARMACA, 2025."

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO: Test de patrones de repetición y recurrencia.

DATOS GENERALES

Apellidos y Nombres del Experto: Doria Rodríguez Sahara Zulema

Grado académico: Magíster en enseñanza de la Matemáticas

Áreas de experiencia profesional: Educación en el área de Matemática

Cargo e Institución donde labora: Especialista de Matemática de Minedu

Nombre del instrumento motivo de Evaluación: Test de patrones de repetición y recurrencia

Autor del instrumento: Carlos Enrique Vega Távora

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: 82, 22%

INDICADORES CRITERIOS Deficiente 0 -20 % Regular 21- 40 % Bueno 41-60 % Muy bueno 61-80 % Excelente 81-100 %

1. CLARIDAD El instrumento está elaborado en lenguaje claro y preciso. 70 %

2. OBJETIVIDAD Cada ítem expresa conductas que pueden ser observadas o están referidas a aspectos teóricos en conformidad con bases teóricas. 80 %

3. ACTUALIDAD El instrumento es adecuado al enfoque de investigación. 90 %

4. ORGANIZACIÓN Los ítems reflejan la relación con las preguntas y objetivos de investigación en forma ordenada. 80 %

5. SUFICIENCIA Los ítems consideran los aspectos de cantidad y calidad 80 %

6. INTENCIONALIDAD Adecuado para valorar aspectos del proceso de generalización de patrones en el desarrollo del pensamiento algebraico 80 %

7. CONSISTENCIA Basados en aspectos Teóricos - científicos de los procesos de generalización en patrones matemáticos. 80 %

8. COHERENCIA Entre los índices, indicadores y las dimensiones (aspectos, subcategorías y categoría) hay relación lógica científica. 80 %

9. METODOLOGÍA El instrumento corresponde al diseño planteado. 100 %

PROMEDIO DE VALORACIÓN:

□ Colocar % estimado: 82,2 %

INDICADORES CRITERIOS Deficiente 0 -20 % Regular 21- 40 % Bueno 41-60 % Muy bueno 61-80 % Excelente 81-100 %

1. CLARIDAD El instrumento está elaborado en lenguaje claro y preciso.

2. OBJETIVIDAD Cada ítem expresa conductas que pueden ser observadas o están referidas a aspectos teóricos en conformidad con bases teóricas.

3. ACTUALIDAD El instrumento es adecuado al enfoque de investigación.

4. ORGANIZACIÓN Los ítems reflejan la relación con las preguntas y objetivos de investigación en forma ordenada.

5. SUFICIENCIA Los ítems consideran los aspectos de cantidad y calidad

6. INTENCIONALIDAD Adecuado para valorar aspectos del ___(colocar la teoría que corresponde a la dimensión de la variable o las subcategorías de investigación)_____

7. CONSISTENCIA Basados en aspectos Teóricos - científicos de la ___(base epistémica de la variable o categoría que atiende el instrumento)_____

8. COHERENCIA Entre los índices, indicadores y las dimensiones(aspectos, subcategorías y categoría) hay relación lógica científica.

9. METODOLOGÍA El instrumento corresponde al diseño planteado.

Colocar % estimado

Colocar % estimado: 82,2 %

INDICADORES CRITERIOS Deficiente 0 -20 % Regular 21- 40 % Bueno 41-60 % Muy bueno 61-80 % Excelente 81-100 %

1. CLARIDAD El instrumento está elaborado en lenguaje claro y preciso.

2. OBJETIVIDAD Cada ítem expresa conductas que pueden ser observadas o están referidas a aspectos teóricos en conformidad con bases teóricas.

3. ACTUALIDAD El instrumento es adecuado al enfoque de investigación.

4. ORGANIZACIÓN Los ítems reflejan la relación con las preguntas y objetivos de investigación en forma ordenada.

5. SUFICIENCIA Los ítems consideran los aspectos de cantidad y calidad

6. INTENCIONALIDAD Adecuado para valorar aspectos del ___(colocar la teoría que corresponde a la dimensión de la variable o las subcategorías de investigación)_____

7. CONSISTENCIA Basados en aspectos Teóricos - científicos de la ___(base epistémica de la variable o categoría que atiende el instrumento)_____

8. COHERENCIA Entre los índices, indicadores y las dimensiones(aspectos, subcategorías y categoría) hay relación lógica científica.

9. METODOLOGÍA El instrumento corresponde al diseño planteado.

Colocar % estimado

Revisar las observaciones hechas, solo hay precisiones en la redacción de varias preguntas y una que sí están relacionada a lo que se quiere evaluar en una pregunta de la situación 2 así como en los criterios de codificación, con los ajustes indicados el instrumento sí es aplicable.



□

Lima,

9 de agosto de 2025

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN INSTRUMENTO

Yo, Sahara Doria Rodríguez, con Documento Nacional de Identidad N.º 43800291 de profesión Ingeniera de industrias alimentarias, grado académico Magister en enseñanza de las matemáticas, labor que ejerzo actualmente como especialista de matemática en MINEDU.

Por medio de la presente hago constar que he revisado con fines de Validación el Instrumento denominado Cuestionario para recoger de los estudiantes evidencias de su proceso de generalización en patrones de repetición y recurrencia cuyo propósito es analizar el proceso de generalización de patrones de repetición y de recurrencia en los estudiantes de sexto grado de primaria de Huarmaca 2025.

Luego de hacer las observaciones pertinentes a los ítems, concluyo en las siguientes apreciaciones.

Criterios evaluados Valoración positiva Valoración negativa

MA (3) BA (2) A (1) PA NA

Calidad de redacción de los ítems. X

Amplitud del contenido a evaluar. X

Congruencia con el objetivo del instrumento. X

Coherencia entre la categoría y las subcategorías. X

Apreciación total:

Muy adecuado () Bastante adecuado (x) A= Adecuado () PA= Poco adecuado () No adecuado ()

□

Lima, 9 de agosto del 2025

Evaluado por: Sahara Doria Rodríguez

D.N.I. 43800291 Fecha: 09/08/2025

Anexo 6. Validación por juicio de expertos

VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

Lima, 30 de junio del 2025.

Señor(a): Mg. Lilian Edelmira Isidro Cámac

Presente. -

ASUNTO: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTO

Tengo el alto honor de dirigirme a Ud. para saludarle muy cordialmente y hacer de su conocimiento que soy estudiante del programa de profesionalización docente de educación primaria; donde estoy desarrollando la tesis: PROCESO DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO, HUARMACA, 2025.

Por tal motivo, recurro a Ud. para solicitar su opinión profesional a fin de validar los instrumentos de mi investigación.

Para lo cual acompaño:

Matriz de consistencia y operacionalización de variables

Ficha de opinión de expertos

Instrumento de investigación

Los objetivos de nuestra investigación son:

Objetivo general:



Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición y recurrencia en los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.

Objetivos específicos:

Determinar el nivel de generalización de patrones de repetición que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.



Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia numéricos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca,

2025.

Determinar el nivel de generalización de patrones de recurrencia gráficos que alcanzan los estudiantes de sexto grado de primaria de una Institución Educativa en Huarmaca, 2025.

□

Agradezco por anticipado su aceptación a la presente, quedando de Ud. muy reconocido.

Atentamente,

Carlos Enrique Vega Távara

Investigador

□

□