

**EL USO DE MATERIALES MANIPULATIVOS PARA LA
ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN EL DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD EN
ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

**THE USE OF MANIPULATIVE MATERIALS FOR TEACHING-
LEARNING IN THE DEVELOPMENT OF COMPETENCE SOLVES
QUANTITY PROBLEMS IN PRIMARY SCHOOL STUDENTS**

**Trabajo de Investigación para optar al Grado Académico de Bachiller
en Educación**

Autoras

Claudia Cecilia Hernandez Adriazola de Guzman
<https://orcid.org/0009-0000-2070-8098>

Doris Arlett Morales Garcia
<https://orcid.org/0009-0005-5724-9004>

Bertha Katherine Rodriguez Chavez
<https://orcid.org/0009-0003-9407-4472>

Yolanda Soto Gomez
<https://orcid.org/0009-0000-2422-3549>

Asesora

Roxana Vanessa Villa Longa
<https://orcid.org/0000-0003-0595-1078>

Lima, septiembre, 2025



Monografía_YolandaBerthaClaudiaDoris_vf

11%
Textos
sospechosos



2% Similitudes
0% similitudes entre comillas
0% entre las fuentes mencionadas

3% Idiomas no reconocidos

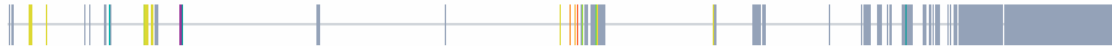
4% Textos potencialmente generados por IA (ignorado)

Nombre del documento: Monografía_YolandaBerthaClaudiaDoris_vf.docx
ID del documento: 2cfbadce2c2948b3babc83eea0a418fb56e26f1a
Tamaño del documento original: 74,78 kB

Depositante: Roxana Villa Longa
Fecha de depósito: 11/9/2025
Tipo de carga: Interfase
fecha de fin de análisis: 11/9/2025

Número de palabras: 12.480
Número de caracteres: 87.815

Ubicación de las similitudes en el documento:



Fuentes de similitudes

Fuentes principales detectadas

N°	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	es.slideshare.net MATEMÁTICA C1 competencias capacidades y desempeños ... 21 fuentes similares	13%		Palabras idénticas: 13% (1702 palabras)
2	es.slideshare.net Competencia resuelproblemas de cantidad PPT 15 fuentes similares	12%		Palabras idénticas: 12% (1543 palabras)
3	1library.co Competencias, capacidades, desempeños y estándares de Matemáti... 41 fuentes similares	6%		Palabras idénticas: 6% (810 palabras)
4	edutalentos.pe 16 fuentes similares	5%		Palabras idénticas: 5% (648 palabras)
5	hdl.handle.net Propuesta didáctica para el desarrollo de las competencias mat... 21 fuentes similares	4%		Palabras idénticas: 4% (597 palabras)

DEDICATORIA

A Dios, por ser la luz que guía cada uno de nuestros pasos y por darnos la fortaleza para continuar en el camino del aprendizaje y la superación.

A nuestras familias y seres queridos, por su amor, paciencia y apoyo incondicional en cada etapa de este trabajo.

A nuestra asesora de monografía, por su compromiso, paciencia y dedicación, porque nos brindó sus conocimientos, consejos y guía oportuna que hicieron posible el desarrollo de este trabajo.

A nuestros docentes y compañeros, por compartir sus conocimientos, experiencias y palabras de aliento que nos motivaron a seguir creciendo.

A nuestros estudiantes, quienes inspiran cada esfuerzo y son la razón principal para seguir cultivando esta apasionante labor de enseñar.

Claudia Hernandez Adriazola de Guzmán

Doris Arlett Morales García

Bertha Katherine Rodríguez Chávez

Yolanda Soto Gómez

RESUMEN

La presente investigación se enfoca en el uso de materiales manipulativos como recurso didáctico y su contribución en el desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria. El objetivo general es explicar cómo el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje contribuye al desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria. Los objetivos específicos son: explicar la importancia de los materiales manipulativos en estudiantes de primaria y explicar su relación con el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de educación primaria. Desde un enfoque analítico, basado en fuentes bibliográficas, se demuestra cómo estos recursos permiten representar ideas abstractas de forma concreta, fortaleciendo el sentido numérico, el razonamiento lógico y la autonomía en el aprendizaje. En el primer capítulo, se aborda la definición de materiales manipulativos, su fundamentación en las teorías pedagógicas, su clasificación en materiales concretos y pictóricos, el rol del docente y la importancia de su uso en estudiantes de educación primaria. En el segundo capítulo, se desarrolla la definición de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” según el Currículo Nacional de la Educación Básica, las estrategias didácticas para su enseñanza, la importancia de su desarrollo y, por último, la relación entre el uso de materiales manipulativos para la enseñanza- aprendizaje y el desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria. La investigación concluye que el uso intencionado y contextualizado de materiales manipulativos no solo mejora el aprendizaje matemático, sino que también estimula el pensamiento crítico, la metacognición y la participación activa del estudiante, consolidando una enseñanza más significativa, inclusiva y funcional.

Palabras clave: material manipulativo; resolución de problemas de cantidad; sentido numérico; pensamiento lógico; estrategias didácticas.

ABSTRACT

This research focuses on the use of manipulative materials as a didactic resource and its contribution to the development of quantity problem solving in primary school students. The general objective is to explain how the use of manipulative materials for teaching-learning contributes to the development of quantity problem solving in primary school students. The specific objectives are to explain the importance of manipulative materials in primary school students and to analyze their relationship with the development of the competence “Solve quantity problems” in primary school students. From an analytical approach, based on bibliographic sources, it is demonstrated how these resources allow abstract ideas to be represented in a concrete way, strengthening number sense, logical reasoning, and autonomy in learning. In the first chapter, the definition of manipulative materials, their foundation in pedagogical theories, their classification in concrete and pictorial materials, the role of the teacher and the importance of their use in primary education students are addressed. In the second chapter, the definition of the competence “Solve quantity problems” according to the National Curriculum is developed, the didactic strategies for its teaching, the importance of its development and, finally, the relationship between the use of manipulative materials for teaching-learning and the development of quantity problem solving in primary education students. The research concludes that the intentional and contextualized use of manipulative materials not only improves mathematical learning, but also stimulates critical thinking, metacognition, and active student participation, consolidating a more meaningful, inclusive, and functional teaching.

Keywords: manipulative material; solving quantity problems; number sense; logical thinking; teaching strategies.

ÍNDICE

DEDICATORIA.....	iii
RESUMEN.....	iv
ABSTRACT.....	v
INTRODUCCIÓN.....	8
CAPÍTULO I: USO DE MATERIALES MANIPULATIVOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA ...	11
1.1. Definición de materiales manipulativos	11
1.2. Los materiales manipulativos según las teorías pedagógicas.....	12
1.3. Tipos de materiales manipulativos	14
1.3.1. Material concreto.....	14
1.3.2. Material pictórico	16
1.3.3. Material simbólico.....	18
1.3.4. Material digital interactivo	19
1.4. Material manipulativo y el rol del docente.....	20
1.5. Importancia de los materiales manipulativos en estudiantes de educación primaria	22
CAPÍTULO II: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CANTIDAD EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA	24
2.1. La competencia “Resuelve problemas de cantidad” según el Currículo Nacional de la Educación Básica	24
2.2. Estrategias didácticas para la resolución de problemas de cantidad.....	26
2.3. Importancia del desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”	27
2.4. Relación entre el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria.	29
CONCLUSIONES.....	33
REFERENCIAS	35
ANEXO.....	40

ANEXO

Anexo A. Desempeños de educación primaria	40
--	----

INTRODUCCIÓN

El uso de materiales manipulativos ha cobrado relevancia como recurso didáctico en la enseñanza de la matemática en la educación primaria, porque ofrece nuevas formas de representar y comprender los conceptos abstractos. Estos materiales permiten a los estudiantes interactuar activamente con el contenido matemático, lo que favorece la construcción de aprendizajes significativos. En un contexto educativo que promueve el desarrollo de competencias, el uso de materiales manipulativos se convierte en una herramienta clave para potenciar la comprensión, la autonomía y el pensamiento crítico en la resolución de problemas de cantidad.

La competencia “Resuelve problemas de cantidad” es central en la formación matemática de los estudiantes, ya que les permite enfrentar con éxito diversas situaciones de la vida diaria mediante el uso del cálculo, la estimación, la comparación y el razonamiento lógico. Según el Currículo Nacional de la Educación Básica (Ministerio de Educación [Minedu], 2016), esta competencia integra capacidades como traducir cantidades a expresiones numéricas, comunicar comprensión sobre los números y las operaciones, usar estrategias de estimación y cálculo, y argumentar relaciones numéricas. En este proceso, el docente cumple un rol fundamental como mediador, pues selecciona intencionalmente recursos que favorecen la transición del pensamiento concreto al abstracto.

En este marco, el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la matemática constituye una estrategia pedagógica clave para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de educación primaria. A través de la manipulación de objetos concretos, los niños pueden establecer relaciones entre lo abstracto y lo tangible, logrando comprender conceptos matemáticos que de otro modo podrían resultarles lejanos o complejos. En esta etapa evolutiva, el aprendizaje se potencia cuando se es parte de experiencias sensoriales y prácticas que conectan el conocimiento con su entorno inmediato.

Los materiales manipulativos permiten que los estudiantes construyan su propio aprendizaje a partir de la acción. Por ejemplo, el uso de regletas, bloques lógicos, ábacos o fichas de conteo brinda la oportunidad de explorar, comparar y comprobar soluciones de manera activa. Este proceso promueve la construcción del pensamiento lógico-matemático,

la visualización de patrones y la comprensión de operaciones básicas, lo que establece bases sólidas para aprendizajes posteriores. De esta forma, la resolución de problemas deja de ser un ejercicio mecánico para convertirse en una experiencia significativa.

Además, los manipulativos contribuyen al desarrollo de habilidades cognitivas superiores, tales como el razonamiento, la creatividad y la toma de decisiones. Al enfrentar situaciones problemáticas con apoyo de estos recursos, los estudiantes aprenden a buscar diferentes caminos para la solución, desarrollan estrategias flexibles y fomentan el pensamiento crítico. Esto es coherente con el enfoque de competencias, ya que no se busca únicamente la memorización de procedimientos; sino, la capacidad de aplicar el conocimiento en contextos diversos y reales.

Múltiples enfoques teóricos, como el enfoque CPA (concreto, pictórico, abstracto) de Bruner (1966) y la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget (1936/1975), han respaldado el uso de materiales manipulativos como base para el aprendizaje progresivo en matemática. Estos recursos no solo estimulan la exploración y el descubrimiento, sino que también fortalecen el sentido numérico, la visualización de operaciones y la reflexión metacognitiva. Estudios recientes, que son mencionados en el segundo capítulo, han evidenciado mejoras significativas en el desempeño de los estudiantes cuando se incorporan materiales concretos en la enseñanza.

La premisa central de esta investigación sostiene que el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje contribuye al desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de educación primaria. Por tanto, la pregunta que guía este estudio es: ¿Cómo el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje contribuye al desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria? El objetivo general es explicar cómo el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje contribuye al desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria. Para alcanzar este objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos: explicar la importancia de los materiales manipulativos en estudiantes de primaria y explicar la relación entre el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria.

Esta monografía se estructura en dos capítulos. El primero aborda generalidades sobre materiales manipulativos, su clasificación, su importancia en los estudiantes y el rol docente. El segundo se centra en la competencia “Resuelve problemas de cantidad” según el Currículo Nacional de la Educación Básica y la relación entre el uso de materiales manipulativos y el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”. Finalmente, se presentan las conclusiones, donde se reconoce que el uso intencionado de materiales manipulativos constituye una estrategia clave para potenciar el pensamiento lógico, la comprensión matemática y la autonomía en la educación primaria.

CAPÍTULO I:

USO DE MATERIALES MANIPULATIVOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

El presente capítulo desarrolla una mirada integral sobre los materiales manipulativos. En primer lugar, se inicia con una definición conceptual, sustentada en diversos autores, que explica su valor como recurso educativo que facilita la comprensión significativa. Luego, se analizan las principales teorías pedagógicas que respaldan su uso, como el constructivismo, el enfoque sociocultural y el conductismo, evidenciando cómo estos materiales conectan lo concreto con lo abstracto. A continuación, se los clasifica en cuatro tipos: material concreto, pictórico, simbólico y digital interactivo, detallando sus características, ejemplos y aplicaciones en el aula. Posteriormente, se examina el rol del docente, donde se destaca su responsabilidad en mediar, guiar e intencionar el uso de estos recursos. Finalmente, se profundiza en la importancia del material manipulativo en la educación primaria y se resalta su impacto en el desarrollo del pensamiento lógico, crítico y autónomo, y en la resolución de problemas de cantidad.

1.1. Definición de materiales manipulativos

Para definir los materiales manipulativos se han considerado diversos autores con perspectivas múltiples. Según Matailo Vivar y Ramón Salcedo (2023), los materiales manipulativos son materiales físicos creados con un objetivo educativo, que ofrecen al estudiante la alternativa de realizar reflexiones relacionadas con el tema en estudio, facilitando así la aplicación práctica de los conocimientos teóricos adquiridos durante el proceso de aprendizaje. Lo anterior implica que su finalidad es facilitar la aplicación práctica de los conocimientos matemáticos adquiridos.

Por otra parte, en relación con los aportes que nos puede otorgar la aplicación de los materiales manipulativos, Jiménez y Espinoza (2018) indicaron que la utilización de materiales manipulativos contribuye a que el aprendizaje de la variedad de nociones conceptuales sea significativo, principalmente, al facilitar su aplicación en contextos reales y situaciones prácticas. Esto permite que los estudiantes establezcan conexiones entre los contenidos académicos y su experiencia cotidiana, lo que favorece una comprensión más profunda y duradera del conocimiento.

Desde el punto de vista didáctico, para Parcerisa Aran (2010), los materiales manipulativos agilizan los procesos de enseñanza y aprendizaje porque aportan a los estudiantes la oportunidad de experimentar situaciones educativas de manera palpable; lo que les ayuda a explorar, comprender y asimilar los conceptos estudiados a través de interacciones. Así también, se destacó que los materiales manipulativos facilitan el aprendizaje al permitir que experimenten de forma tangible, exploren y comprendan conceptos mediante la interacción. Este enfoque promueve un aprendizaje significativo, que se aleja de la memorización e incentiva la construcción activa del conocimiento.

En síntesis, los materiales manipulativos conforman elementos diversos que cooperan con el aprendizaje a través de su uso. En este contexto, el estudiante aprende mediante la interacción, observación y reflexión después de manipular de manera consciente dichos materiales. Además, su uso favorece la comprensión profunda, promueve el pensamiento crítico y consolida un aprendizaje significativo que trasciende la simple memorización, de modo que se fortalezca la construcción autónoma del conocimiento. De esta manera, el aprendizaje deja de ser un trabajo mecánico cerebral y se convierte en un proceso de asociación analítica donde el estudiante aprende resolviendo retos mediante la manipulación.

1.2. Los materiales manipulativos según las teorías pedagógicas

El uso de materiales manipulativos en la educación primaria se fundamenta en diversas teorías del aprendizaje que han destacado la importancia de la interacción activa del estudiante con su entorno para construir conocimiento significativo. Según la teoría del aprendizaje de Vygotsky, los materiales manipulativos pueden considerarse herramientas mediadoras que facilitan el aprendizaje dentro de la Zona de Desarrollo Próximo (González López et al., 2011).

Bajo este contexto, los materiales manipulativos permiten a los estudiantes explorar conceptos abstractos de manera tangible y colaborativa. Por ejemplo, al resolver un problema matemático en grupo, pueden usar materiales manipulativos para visualizar conceptos, discutir estrategias y aprender unos de otros, lo que fomenta tanto el desarrollo cognitivo individual como colectivo. En conclusión, los materiales manipulativos, respaldados por la teoría mencionada, actúan como mediadores del aprendizaje al facilitar

la comprensión de conceptos abstractos mediante la interacción activa y colaborativa, lo que favorece tanto el desarrollo cognitivo individual como el colectivo.

Además, estas herramientas permiten al docente diseñar actividades dentro de la Zona de Desarrollo Próximo, promoviendo que los estudiantes realicen tareas que no podrían completar de manera autónoma, pero que son accesibles con apoyo social. Ruesta Quiroz y Gejaño Ramos (2022) mencionaron que, según Vygotsky, la interacción entre pares es fundamental para el aprendizaje, y que los estudiantes requieren del material concreto para llevar a cabo dicha interacción y relacionar lo ya conocido con lo nuevo por descubrir. Este enfoque no solo ayuda a internalizar conceptos, sino que también desarrolla habilidades de comunicación y razonamiento colaborativo; ambos elementos son centrales en la Teoría Sociocultural.

Por otra parte, para Skinner (2016), el aprendizaje es más efectivo cuando se organiza en torno a la retroalimentación inmediata y al refuerzo positivo, lo que permite a los estudiantes ajustar su comportamiento en tiempo real para alcanzar los objetivos deseados. Este principio se puede aplicar al uso de materiales manipulativos, ya que estos proporcionan un entorno en el que los alumnos pueden experimentar directamente con conceptos matemáticos y recibir retroalimentación instantánea sobre sus acciones. Por ejemplo, al utilizar bloques para realizar adiciones o sustracciones, pueden confirmar inmediatamente si su respuesta es correcta o corregir sus errores, lo que fortalece el aprendizaje a través de refuerzos constantes.

Asimismo, el uso de materiales manipulativos permite a los estudiantes explorar el conocimiento del mundo físico de forma activa, lo que facilita la transición de conceptos concretos a abstracciones más complejas como el conocimiento lógico matemático, tal como se evidencia en la teoría de Piaget cuando hace referencia a los polos opuestos del conocimiento o a las polaridades en su Teoría del desarrollo cognitivo (Kamii, 1990). Por ejemplo, al manipular bloques, fichas o cuentas, los alumnos pueden visualizar operaciones matemáticas, identificar patrones y comprender principios numéricos esenciales. Esto no solo fortalece su comprensión conceptual, sino que también potencia su habilidad para transferir y aplicar estos conocimientos en la resolución de problemas matemáticos de manera autónoma y significativa.

Piaget conceptualizó dos tipos o polos de conocimiento: el conocimiento físico y el conocimiento lógico-matemático. En el caso del primero, es el conocimiento de los objetos en la realidad externa; en contraste, el segundo consiste en relaciones creadas mentalmente por el individuo. De acuerdo con Piaget (1936/1975), el número no es algo que exista en el mundo físico, sino que se construye en la mente mediante la creación y coordinación de relaciones. Esto implica que el niño debe poner todo tipo de contenido (objetos, eventos y acciones) en todo tipo de relaciones para construir el concepto de número (Kamii, 1990).

En resumen, los materiales manipulativos representan una herramienta pedagógica fundamental para facilitar el aprendizaje significativo en los niños. A través de su uso, es posible transformar conceptos abstractos en experiencias concretas, permitiendo que los estudiantes construyan el conocimiento de manera activa, participativa y contextualizada. Estos recursos no solo estimulan el pensamiento lógico y la comprensión, sino que también fomentan la colaboración, la exploración y el desarrollo de habilidades cognitivas y sociales. Al analizar su aplicación en el aula, se reconoce que su valor va más allá de lo didáctico: constituyen un puente entre el juego y el aprendizaje, entre la teoría y la práctica, y entre el docente y sus estudiantes.

1.3. Tipos de materiales manipulativos

Los materiales manipulativos son objetos concretos que incentivan al estudiante a explorar una idea de forma activa. El poder de utilizar estos materiales es que ayudan a conectar ideas y símbolos con objetos físicos. Como afirmaron Lee y Tan (2014), una alternativa al enfoque C-P-A (Concreto, pictórico, abstracto) podría ser el modelo C-V-P-A, en el que la letra “V” se refiere a las representaciones externas generadas a partir del uso de los manipulativos virtuales. A continuación, se presentan los principales tipos de materiales manipulativos.

1.3.1. Material concreto

Los materiales concretos son objetos físicos que los estudiantes pueden tocar, mover y transformar para explorar conceptos. Su uso ha sido ampliamente promovido en matemática, ciencias y lengua durante la etapa primaria. Algunos de los materiales concretos más propicios para usar en educación primaria, en el caso de los primeros grados, es el collar de bolas, dado que es un material didáctico tangible que facilita el conteo de componentes. Está formado por un cordel de bolas organizadas en dos colores para identificar los números con el objetivo de explorar y aplicar distintos métodos de conteo (Alsina y Bosch, 2022).

Con este material se puede practicar operaciones como quitar y aumentar elementos, como el conteo de dos en dos, de cinco en cinco, de diez en diez, etc., lo que favorece la abstracción de los patrones crecientes.

Por otra parte, teniendo en cuenta la versatilidad y su aporte en los tres primeros grados de educación primaria, Alsina y Bosch (2022) han sugerido usar de manera conjunta el material multibase y los policubos, creados por William Hull, para reforzar conceptos de conteo de elementos y comprensión del sistema de numeración decimal; además, el material multibase son elementos que pueden ser adaptados con otro material. Por ello, se convierten en un grupo de materiales de fácil adaptabilidad y uso, siempre y cuando los estudiantes comprendan en su totalidad la noción de cantidad, que también podría utilizarse para realizar operaciones aritméticas como adición, sustracción, multiplicación y división.

De igual manera, para conocer el valor de posición de los números, Alsina y Bosch (2022) presentaron al ábaco y los cartones numéricos como sugerencias cuando se busca representar números de manera conceptual; por ello, se puede trabajar con dicho material una vez comprendida la noción de cantidad, y así poder hallar el valor de los números de acuerdo con su posición para finalmente complementar con cartones numéricos de Montessori. El trabajo en conjunto de ambos materiales facilita la concepción total del valor de posición de los números y ayuda a fundamentar el porqué de los canjes a la hora de realizar adiciones o sustracciones.

Según Yunidar et al. (2025), el uso del alfabeto móvil en el método Montessori permite que los niños formen palabras simples, enriqueciendo su vocabulario y favoreciendo su comprensión del lenguaje. En otras áreas, como Ciencias Naturales, se utilizan maquetas de ecosistemas o modelos anatómicos manipulables para facilitar la visualización de conceptos abstractos.

Por lo descrito, se puede inferir que el uso de material concreto tiene diversas formas de ser utilizado, pues se adapta según cada ciclo y área. Además, puede construirse con diversos materiales caseros y permite el uso de diferentes materiales para reforzar la comprensión en la resolución de problemas. Su multifuncionalidad convierte al material concreto en funcional a la hora de comprender conceptos matemáticos relacionados con cantidades.

1.3.2. Material pictórico

En la entrevista realizada por Educación 3.0 (s.f.), Yeap Ban Har, basado en la teoría de Bruner para reforzar el enfoque Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA), señaló que se inicia con la exploración y manipulación de materiales concretos, luego se representan de forma pictórica y se finaliza con la apropiación de los símbolos involucrados. Esta teoría evidencia que la manipulación de materiales y las representaciones pictóricas están relacionadas, porque generan una conexión entre representaciones y permiten la construcción del concepto enseñado para completar el proceso con los símbolos representativos.

El desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes requiere el fortalecimiento de habilidades interrelacionadas como resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar. Tanto el enfoque del Ministerio de Educación de Chile [Mineduc] (2012) como el Minedu (2016) coincidieron en la necesidad de promover estas capacidades desde una perspectiva competencial. En este contexto, el uso de materiales concretos cobra especial relevancia, ya que permite a los estudiantes representar ideas matemáticas de forma tangible, facilitando la comprensión y la comunicación de conceptos abstractos. A través de la manipulación de objetos, los estudiantes no solo traducen y aplican estrategias, sino que también desarrollan su capacidad para argumentar y expresar sus razonamientos con mayor claridad. Así, el material concreto se convierte en un recurso fundamental para articular las habilidades cognitivas y comunicativas que sustentan el aprendizaje matemático significativo.

Para el Mineduc (2012) y Alsina et al. (2012), tener una variedad de representaciones matemáticas de un mismo concepto conlleva a una enseñanza variada y rica en recursos y estrategias, lo que permitirá a los estudiantes una comprensión profunda y significativa de los conceptos matemáticos para desarrollar su capacidad de pensar matemáticamente. Por lo tanto, se busca que los alumnos aprendan a emplear representaciones pictóricas como diagramas, esquemas y gráficos para expresar cantidades, operaciones y relaciones matemáticas; posteriormente, se espera que incorporen y apliquen el lenguaje simbólico y el vocabulario especializado de la disciplina.

Un primer material pictórico es el “marco 10”, que consta de 2 filas con 5 columnas, donde los estudiantes pueden dibujar o colocar material concreto para realizar conteos con números hasta diez (Diller, 2011). Este material permite observar la composición y

descomposición de un número hasta 10, ayuda a realizar adiciones y sustracciones, y fortalece el sentido numérico en los primeros grados para reconocer las diversas formas de representación de un número.

Otro material pictórico es la recta numérica que, según Frykholm (2010), está infrutilizada como modelo matemático; sin embargo, podría ser fundamental para incentivar el sentido numérico y el cálculo matemático. Desde este punto de vista, la recta se podría utilizar como herramienta para sumar o restar, de modo que se ubiquen los números según las condiciones de un problema; por ejemplo, los saltos hacia adelante indicarían una suma y los saltos hacia atrás indicarían una resta; en consecuencia, se generaría mayor flexibilidad en aritmética mental mientras construyen activamente el significado matemático de cada una de las operaciones.

El enfoque CPA (Concreto, Pictórico y Abstracto), fundamentado en la teoría de Bruner (1966) y destacado por Yeap Ban Har (Educación 3.0, s.f.), establece que el aprendizaje comienza con la manipulación de materiales concretos, seguido por representaciones pictóricas y culmina con la apropiación de símbolos; estas etapas se conectan para construir conceptos matemáticos. Este enfoque se alinea con las habilidades propuestas por el Mineduc (2012) para el desarrollo del pensamiento matemático como resolver problemas, representar, modelar y argumentar, y con las capacidades del Currículo Nacional de la Educación Básica de Perú, que incluyen traducir, comunicar, usar estrategias y argumentar.

Las representaciones, tanto pictóricas como simbólicas, son esenciales para una comprensión significativa, porque facilita la conexión entre conceptos matemáticos y su aplicación práctica (Alsina et al., 2012). Materiales como el “marco 10” descrito por Diller (2010) y la recta numérica detallada por Frykholm (2010) son recursos efectivos en este proceso. El primero favorece el desarrollo del sentido numérico en los primeros grados al explorar la composición y procesamiento de números, mientras que el segundo fomenta la flexibilidad aritmética al representar operaciones matemáticas mediante movimientos hacia adelante o atrás en la recta. Así, el uso variado de representaciones matemáticas enriquece la enseñanza, fortalece el pensamiento matemático y promueve el dominio del lenguaje simbólico y especializado.

En síntesis, el uso de materiales pictóricos dentro del enfoque CPA no solo enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, sino que constituye un puente significativo entre la manipulación concreta y la comprensión abstracta. La articulación entre teoría y práctica, evidenciada en las propuestas citadas anteriormente, reafirma que representar es más que dibujar: es construir sentido matemático. Herramientas como el “marco 10” y la recta numérica ejemplifican cómo el pensamiento matemático se fortalece al permitir que los estudiantes visualicen, comuniquen y argumenten sus ideas desde edades tempranas. De esta manera, la inclusión intencionada de representaciones pictóricas en el aula, más allá de facilitar la apropiación conceptual, potencia habilidades fundamentales para formar aprendices críticos, estratégicos y con un pensamiento lógico cada vez más autónomo.

1.3.3. Material simbólico

Los materiales simbólicos representan el nivel más abstracto del enfoque Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA), donde el estudiante interactúa con símbolos, notaciones y estructuras conceptuales que no tienen correspondencia física inmediata. En la educación primaria, estos materiales contribuyen a desarrollar habilidades de pensamiento formal y lógico, esenciales para la resolución de problemas complejos.

Según Yeap Ban Har, esta etapa es crucial para consolidar el aprendizaje, ya que implica la apropiación del lenguaje especializado de cada disciplina: números, letras, operadores, signos o fórmulas. En matemática, por ejemplo, los signos de suma, resta, fracción o álgebra son utilizados en tarjetas móviles o software de ecuaciones. En lengua, el uso de símbolos ortográficos o palabras funcionales manipulables, como tarjetas de conectores, refuerzan la sintaxis y la coherencia textual. Estas herramientas ayudan a estructurar el pensamiento y a comunicar ideas con precisión (Educación 3.0, s.f.).

Los materiales simbólicos también posibilitan evaluaciones formativas y personalizadas. Según investigaciones recientes, el uso de fichas con símbolos algebraicos o modelos de predicción mediante la inteligencia artificial (IA) ayuda a los estudiantes a desarrollar un razonamiento más estructurado y autónomo (Ivanova et al., 2025). Esto refuerza la importancia de una enseñanza progresiva que no abandone lo manipulativo incluso en niveles avanzados de abstracción. En consecuencia, los materiales simbólicos no solo facilitan la resolución de problemas en el aula, sino que también actúan como

mediadores en la transición del pensamiento concreto al abstracto, lo que resulta fundamental en la educación primaria para consolidar la autonomía cognitiva del alumno y sentar bases sólidas para aprendizajes matemáticos posteriores.

En resumen, los materiales simbólicos son esenciales en el proceso educativo, ya que facilitan la transición hacia un pensamiento más abstracto y lógico. Al permitir a los estudiantes interactuar con símbolos y notaciones, estos recursos promueven la comprensión de conceptos complejos y la apropiación del lenguaje especializado de cada disciplina. Además, su uso en evaluaciones formativas proporciona retroalimentación valiosa, fomentando un aprendizaje autónomo y adaptado a las necesidades individuales. De esta manera, los materiales simbólicos subrayan la importancia de un enfoque pedagógico que combine lo manipulativo con la abstracción para asegurar un aprendizaje significativo en la educación primaria.

1.3.4. Material digital interactivo

La integración de tecnologías digitales ha generado una nueva categoría de materiales manipulativos: los materiales digitales interactivos, los cuales combinan elementos visuales, auditivos y kinestésicos en un entorno virtual. Lee y Tan (2014) expresaron que una alternativa al enfoque C-P-A (Concreto, pictórico, abstracto) podría ser el modelo C-V-P-A, en el que la letra “V” hace referencia a las representaciones externas generadas a partir del uso de manipulativos virtuales; estos materiales incluyen aplicaciones móviles, plataformas adaptativas, juegos educativos, simuladores y presentaciones interactivas.

Estudios recientes han mostrado que el uso de PowerPoint interactivo (iPPT) mejora significativamente la participación, la motivación y el aprendizaje de los estudiantes en comparación con presentaciones tradicionales. Elementos como animaciones, sonidos, cuestionarios en vivo y vínculos interactivos hacen que el aprendizaje sea más dinámico y memorable (Mercado et al., 2025). Así, las plataformas de aprendizaje adaptativo basadas en la IA, como las utilizadas en clases de Matemática o Ciencia, permiten ajustar el nivel de dificultad según el progreso del estudiante y proporcionar retroalimentación inmediata y oportunidades de exploración autónoma (Ivanova et al., 2025).

Como se evidencia, los beneficios de estos recursos virtuales no solo son tecnológicos; sino, pedagógicos y sociales. Contribuyen a desarrollar habilidades digitales,

fomentan la autonomía y preparan a los estudiantes para entornos complejos mediados por la tecnología (Aliya y Symbat, 2025).

La incorporación de materiales digitales interactivos en el aula representa una evolución significativa en la forma de enseñar y aprender. Estos recursos, al integrar elementos visuales, auditivos y kinestésicos en entornos virtuales, enriquecen la experiencia educativa y responden a las necesidades de una generación familiarizada con la tecnología. Estos materiales dinamizan el aprendizaje y fomentan la autonomía, la motivación y el pensamiento crítico. Al permitir la retroalimentación inmediata y la adaptación al ritmo de cada estudiante, se convierten en herramientas valiosas para personalizar la enseñanza y fortalecer competencias digitales esenciales en el mundo actual.

1.4. Material manipulativo y el rol del docente

Los materiales manipulativos son indispensables en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, principalmente en primaria básica, ya que les ayudan a interactuar y familiarizarse de manera concreta con conceptos abstractos que aún no han terminado de desarrollar ni comprender; de este modo, se convierte en un aprendizaje significativo y duradero. Así lo aseguró García Jaramillo (2022), cuando se usan recursos didácticos, se pueden abordar temas puntuales; además el uso de este material manipulativo trae muchos beneficios al aprendizaje, ya que, al resultar interesante y estimulante, provoca emociones positivas a la hora de aprender. Por esta razón, el uso de materiales manipulativos brinda a los estudiantes un aprendizaje enriquecedor y les ayuda a fortalecer la comprensión de lo que aprenden.

Anghileri (2006) destacó que los materiales manipulativos deben utilizarse como herramientas transitorias que ayuden a los alumnos a desarrollar imágenes mentales y habilidades abstractas, en lugar de depender exclusivamente de los materiales físicos. Los materiales físicos permiten la comprensión de conceptos abstractos de tal manera que eviten el uso del material concreto. Sumado a ello, genera mayor eficacia para trabajar con números, porque destaca los procesos de cálculo: inicia por estimaciones, seguido de cálculos mentales y, finalmente, cálculo escrito.

Como señaló Blanco (2012), los materiales manipulativos desempeñan una “función mediadora entre las intenciones educativas y los procesos de aprendizaje, así como

entre educadores y educandos” (como se citó en Matailo Vivar y Ramón Salcedo, 2023, p. 10320). Los materiales manipulativos son herramientas empleadas en el aula para facilitar tanto la enseñanza de los docentes como el aprendizaje de los estudiantes. Estos recursos actúan como un puente que permite a los docentes transmitir conocimientos y a los estudiantes adquirirlos.

Anghileri (2006) y Blanco (2012, como se citó en Matailo Vivar y Ramón Salcedo, 2023) coincidieron en que el material manipulativo es un puente que propicia una transición de la parte concreta y las ideas abstractas, el cual permite una comprensión más profunda de conceptos y un aprendizaje significativo y duradero. Con ello podemos destacar la importancia de utilizar los materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, específicamente, para la resolución de problemas de cantidad, de modo que se fortalezca el sentido numérico.

No obstante, es fundamental reconocer que el uso eficaz de los materiales manipulativos depende directamente del rol del docente. No se trata solo de entregar objetos para manipular; sino, de guiar el proceso, plantear preguntas retadoras, observar, intervenir en el momento adecuado y promover la reflexión sobre lo que se está haciendo. El docente debe crear experiencias de aprendizaje donde los estudiantes puedan explorar, equivocarse, corregir y construir su propio conocimiento, a partir de la acción concreta. Para Alsina et al. (2012), el papel del educador es guiar el aprendizaje, ofreciendo situaciones de aprendizaje ricas y desafiantes; además, se destacó que la matemática debe enseñarse de forma creativa y contextualizada al nivel de comprensión de los estudiantes, para así facilitar un dominio del conocimiento en el que perduren los conceptos matemáticos básicos.

En suma, los materiales manipulativos no solo enriquecen la experiencia de un estudiante en el aula, sino que también le ayuda a potenciar su capacidad para construir conocimientos y aprendizajes significativos y transferibles. Además, si un docente reflexivo, creativo y comprometido hace un adecuado uso, puede transformar la forma en que los niños comprenden la matemática, sobre todo, en los primeros años de colegio, cuando el pensamiento aún necesita apoyos concretos. Por ello, su inclusión en la planificación docente no debe ser opcional; debe ser parte esencial de una pedagogía que respete los procesos de desarrollo cognitivo y emocional de cada niño. La clave y el reto está en que los docentes reconozcan su valor, los utilicen de manera correcta, es decir, con

estrategias, y que promuevan en sus estudiantes la autonomía y la comprensión profunda, para formar en ellos la acción concreta y el pensamiento abstracto.

1.5. Importancia de los materiales manipulativos en estudiantes de educación primaria

El empleo de material manipulativo en la enseñanza de la resolución de problemas de matemática es un buen plan para que los estudiantes aprendan a desarrollar sus habilidades de pensamiento y razonamiento lógico y crítico. Según el enfoque constructivista de Constance Kamii, el uso del material concreto y manipulativo fomenta en los estudiantes la autonomía a la hora de resolver problemas; de esta manera, aprenden a construir su propio pensamiento matemático en base a la experiencia que tienen y al conocimiento que adquieren (Cámac et al., 2023).

Los materiales manipulativos son herramientas educativas significativas cuando se alinean con las actividades y el pensamiento de los alumnos. Según Sarama y Clements (2016), su efectividad no radica en su materialidad; sino, en su capacidad para ser manipulados y en el significado que adquieren durante su uso en entornos de enseñanza bien planificados. Al permitir que los estudiantes interactúen activamente con conceptos matemáticos, los manipulativos, más allá de hacer tangibles las ideas abstractas, ayudan a expresar el conocimiento de manera explícita, lo que facilita el desarrollo de un conocimiento integrado-concreto, el cual combina el pensamiento concreto y abstracto de manera sinérgica. El conocimiento integrado-concreto representa el principal objetivo al utilizar materiales manipulativos.

D'Angelo e Iliev (2012) sostuvieron que el uso adecuado de manipulativos concretos y virtuales en el aula permite a los estudiantes desarrollar un entorno matemático enriquecido, donde pueden explorar ideas de forma crítica, resolver problemas y establecer las bases para un aprendizaje matemático significativo y continuo. Explorar ideas de forma crítica y resolver problemas son la base fundamental para el desarrollo de las competencias matemáticas, como resolver problemas de cantidad; por ello, el material manipulativo permite un desarrollo del pensamiento matemático más significativo, donde lleva la parte concreta a la parte abstracta.

El uso de materiales manipulativos en matemática es una estrategia eficaz para desarrollar el pensamiento lógico y crítico, pues fomenta la autonomía al construir el

pensamiento mediante la experiencia. Se destaca su impacto en contextos bien diseñados, porque conecta lo concreto con lo abstracto; además, se reconoce su utilidad, concreta y virtual, para un aprendizaje significativo y profundo. En conjunto, estas perspectivas destacan que los manipulativos no solo vuelven accesibles conceptos abstractos, sino que también impulsan el desarrollo de competencias matemáticas esenciales como la resolución de problemas de cantidad, lo que promueve una transición fluida del pensamiento concreto al abstracto, que genera un aprendizaje significativo y profundo.

Los materiales manipulativos son valiosos para el desarrollo del pensamiento matemático, pero su efectividad depende de la mediación docente, el diseño de actividades y el propósito didáctico. Sin estos elementos, se corre el riesgo de que se conviertan en simples objetos lúdicos. Por ello, se requiere un uso crítico y contextualizado que permita su función como puente entre lo concreto y lo abstracto.

A lo largo del capítulo se ha evidenciado que los materiales manipulativos son herramientas esenciales para la enseñanza de la matemática, especialmente, en la resolución de problemas de cantidad. Su eficacia se respalda en teorías pedagógicas como el constructivismo, el socioculturalismo y el conductismo, que destacan la importancia de la manipulación, la interacción y el refuerzo. Se abordó la clasificación de estos materiales, concretos y pictóricos, dentro del enfoque CPA, mostrando cómo favorecen la comprensión de conceptos abstractos y el desarrollo de habilidades matemáticas clave. Ejemplos como el ábaco, los policubos o la recta numérica ilustran su utilidad en el aprendizaje progresivo. Además, se resaltó el rol activo del docente, quien debe planificar su uso de forma intencional para guiar el paso del estudiante desde lo concreto a lo simbólico. Lejos de ser simples recursos, los manipulativos median el pensamiento lógico, por lo que promueven el razonamiento y la comprensión profunda. Así, su uso didáctico transforma el aula en un espacio de aprendizaje activo, significativo y reflexivo, donde se fortalece la autonomía y la competencia matemática del estudiante.

CAPÍTULO II:

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CANTIDAD EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

La matemática es una disciplina fundamental para el desarrollo del conocimiento, la ciencia y la cultura; su aprendizaje permite a los estudiantes comprender su entorno, tomar decisiones informadas y resolver problemas de manera eficiente. En la educación básica, se promueve un enfoque por competencias que articula saberes y habilidades útiles para la vida. El área de Matemática contribuye a este propósito mediante actividades centradas en la resolución de problemas; estas actividades permiten desarrollar capacidades como analizar, comunicar, argumentar y aplicar estrategias. Las situaciones matemáticas se presentan en contextos significativos y diversos que abordan situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; y manejo de datos e incertidumbre, fortaleciendo el pensamiento lógico y crítico. Este capítulo aborda su importancia en el desarrollo de las competencias escolares.

2.1. La competencia “Resuelve problemas de cantidad” según el Currículo Nacional de la Educación Básica

Esta competencia implica que el estudiante aborde problemas o formule unos nuevos que requieran la construcción y comprensión de conceptos relacionados con los números, los sistemas numéricos, así como sus operaciones y propiedades. Además, es fundamental que el alumno otorgue significado a estos conocimientos en el contexto de la situación y los utilice para representar o reproducir las relaciones entre los datos y las condiciones presentadas. También implica discernir si la solución que se busca debe presentarse como una estimación o un cálculo exacto, lo que lleva al estudiante a elegir estrategias, procedimientos, unidades de medida y diferentes recursos. El razonamiento lógico en esta competencia se aplica cuando el educando realiza comparaciones, utiliza analogías para explicar o infiere propiedades a partir de casos específicos o ejemplos durante el proceso de resolución del problema.

Esta competencia implica la integración de las siguientes capacidades, según el Minedu (2016):

- Traduce cantidades a expresiones numéricas: Se trata de transformar las relaciones entre los datos y las condiciones de un problema en una expresión numérica (modelo) que refleje dichas relaciones. Esta expresión actúa como un sistema que incluye números, operaciones y sus propiedades. También implica plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada y evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo) cumplen con las condiciones iniciales del problema.
- Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones: Consiste en expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, así como de las unidades de medida y las relaciones que establecen entre ellos. Esto se efectúa mediante un lenguaje numérico y diversas representaciones, además de leer y entender la información que contiene contenido numérico.
- Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo: Implica seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias y procedimientos, tales como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y la medición, así como la comparación de cantidades y el uso de diferentes recursos.
- Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones: Se refiere a la capacidad de formular afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales y reales, junto con sus operaciones y propiedades. Esto se basa en comparaciones y experiencias en las que se infieren propiedades a partir de casos específicos, y se explican mediante analogías que justifican, validan o refutan las afirmaciones con ejemplos y contraejemplos.

De acuerdo con el Minedu (2016), a lo largo de la educación primaria, esta competencia implica la adquisición de algunos desempeños que se detallan en el Anexo A.

En este sentido, se promueve un enfoque didáctico que articula los contenidos numéricos con situaciones reales y que fomenta el uso de materiales manipulativos, gráficos y tecnológicos como medios para facilitar el tránsito del pensamiento concreto al abstracto. Así, la competencia “Resuelve problemas de cantidad” no se limita al desarrollo de habilidades técnicas, sino que forma parte de un proceso más amplio de formación integral

que busca desarrollar estudiantes capaces de aplicar el pensamiento matemático en su vida diaria de manera crítica y reflexiva.

2.2. Estrategias didácticas para la resolución de problemas de cantidad

El desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” requiere de estrategias didácticas que no solo promuevan el dominio de operaciones matemáticas, sino que también fomenten el pensamiento crítico, la autonomía y la comprensión profunda del problema. Por tal motivo, es fundamental que los docentes diseñen actividades significativas, contextualizadas y con un enfoque activo que estimulen la participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático.

Una estrategia ampliamente recomendada es el enfoque CPA (concreto-pictórico-abstracto), propuesto por Bruner (1966), quien señaló que el aprendizaje se facilita cuando los estudiantes transitan desde la manipulación concreta hacia la representación pictórica, para luego llegar a la abstracción. Este enfoque contribuye a que los alumnos comprendan los conceptos matemáticos desde la experiencia, de modo que sostengan una construcción progresiva del pensamiento numérico.

En la misma línea, el uso de materiales manipulativos ha demostrado ser una estrategia efectiva para enseñar la resolución de problemas de cantidad. Elementos como el ábaco, los policubos, la recta numérica, el marco del 10 o los bloques base 10 permiten representar visual y físicamente los conceptos numéricos, lo que impulsa el desarrollo del sentido numérico y la estimación (Carbonneau et al., 2013). Estos recursos no solo capturan la atención de los estudiantes, sino que también promueven una comprensión más profunda y significativa.

Otra estrategia clave es el aprendizaje cooperativo, el cual incentiva el trabajo en equipo para resolver problemas, compartir estrategias y construir soluciones colectivas. Johnson et al. (1994/1999) afirmaron que la interacción social estimula el desarrollo cognitivo y mejora los resultados académicos, sobre todo, en áreas como Matemática, donde el razonamiento compartido consolida conocimientos y corrige errores en conjunto.

También se destacan las preguntas abiertas y desafiantes que invitan al estudiante a explorar diferentes caminos y justificar sus procedimientos. Según Schoenfeld (1985), este tipo de preguntas fomenta la metacognición, ya que los estudiantes deben reflexionar sobre

sus decisiones matemáticas y revisar sus procesos para llegar a la solución (como se citó en Santos, 1992). Asimismo, la resolución de problemas basada en contextos reales o cercanos al entorno del alumno es una estrategia poderosa. Como indicó el Minedu (2016), las actividades contextualizadas permiten que el estudiante vea la utilidad de la matemática en su vida cotidiana, desarrollando un aprendizaje funcional y duradero.

En resumen, es importante resaltar el papel del docente como mediador y facilitador del aprendizaje. El maestro debe conocer y seleccionar intencionalmente las estrategias más adecuadas según las características del grupo, promover la participación activa, orientar el uso adecuado de materiales y guiar el proceso de reflexión y argumentación matemática.

2.3. Importancia del desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”

La competencia “Resuelve problemas de cantidad” constituye un eje central en la formación matemática de los estudiantes de educación primaria, ya que está orientada a la comprensión, representación, formulación y resolución de situaciones que implican el uso de números y operaciones. Esta competencia permite que los estudiantes desarrollen habilidades esenciales para enfrentar con éxito diversas situaciones de la vida diaria que involucran medición, cálculo, comparación, estimación y razonamiento numérico (Minedu, 2016).

Desarrollar esta competencia desde las primeras etapas de la escolaridad no solo mejora el desempeño académico en matemática, sino que también potencia el pensamiento lógico, la toma de decisiones informadas y la resolución de problemas cotidianos. Según National Research Council (2001), la competencia matemática es una herramienta fundamental para la ciudadanía activa, ya que permite interpretar datos, argumentar con base numérica y actuar de manera eficiente frente a situaciones que exigen una respuesta cuantitativa.

Además, el desarrollo de esta competencia está estrechamente vinculado al sentido numérico, que implica la capacidad de comprender los números, sus relaciones y usos, así como la flexibilidad para calcular y estimar con eficiencia. Para National Council of Teachers of Mathematics (2000), el sentido numérico es clave en el aprendizaje de la matemática, puesto que promueve un entendimiento profundo y evita que los estudiantes se limiten a procedimientos mecánicos o memorización de algoritmos sin comprensión.

La competencia “Resuelve problemas de cantidad” no solo es fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático en la educación primaria, sino que también, al poseer un carácter transversal, es aplicable en diversas áreas del conocimiento y en contextos cotidianos. Desde la perspectiva de Tsankov (2018), el desarrollo de esta competencia favorece la transferencia de aprendizajes, ya que estimula el pensamiento crítico, la toma de decisiones y el uso de conocimientos previos en diversas áreas curriculares. En este sentido, el uso de materiales manipulativos fortalece el entendimiento de conceptos numéricos y operativos, y contribuye significativamente al desarrollo de habilidades cognitivas generales como la autonomía, el razonamiento lógico y la resolución de problemas en contextos reales. Esto respalda su integración dentro de enfoques pedagógicos activos, basados en la manipulación, la exploración y la resolución autónoma de situaciones problemáticas.

El trabajo intencionado y progresivo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, además de fortalecer las habilidades matemáticas, refuerza las capacidades cognitivas como el pensamiento crítico, la metacognición y la toma de decisiones. Polya (1945) sostuvo que enseñar a resolver problemas es enseñar a pensar, por lo que destacó su valor formativo. En esa misma línea, Hiebert et al. (1996) y Törner et al. (2007) han afirmado que el proceso de resolución activa hábitos de pensamiento reflexivo y fomenta el razonamiento lógico en situaciones reales de forma más reciente. Entonces, estas ideas refuerzan el papel de los materiales manipulativos como herramientas que median entre lo concreto y lo abstracto, lo que facilita que los estudiantes planifiquen, representen y validen sus procedimientos con mayor comprensión.

En suma, la competencia para resolver problemas de cantidad es fundamental en la formación matemática, dado que permite a los estudiantes comprender, representar y resolver situaciones vinculadas al uso de números y operaciones. Su desarrollo fortalece habilidades como el pensamiento lógico, la toma de decisiones y la resolución de problemas cotidianos. A través del trabajo progresivo, aprenden a planificar estrategias, justificar sus procedimientos y verificar sus resultados. Esta competencia se vincula estrechamente con el sentido numérico, por lo que promueve una comprensión flexible y significativa de los números; además, tiene un carácter transversal, ya que se aplica en diversas áreas del conocimiento. El uso de materiales manipulativos facilita el paso del pensamiento concreto

al abstracto, fomenta la autonomía y potencia la comprensión profunda. En conjunto, estos elementos contribuyen a una formación matemática integral, con sentido y aplicabilidad en la vida real.

2.4. Relación entre el uso de materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de la resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria.

El uso de materiales manipulativos en matemática constituye un recurso esencial para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, pues permite que los estudiantes representen de manera concreta conceptos abstractos y desarrollen el sentido numérico. Piaget (1936/ 1975) subrayó que la manipulación favorece el paso del pensamiento concreto al formal en los primeros grados. En consonancia, Vygotsky (1978) concibió estos recursos como mediadores culturales dentro de la zona de desarrollo próximo. Así también, el National Council of Teachers of Mathematics (2000) enfatizó que las representaciones manipulativas potencian la comprensión conceptual y la resolución de problemas. Igualmente, Bruner (1966), con su modelo CPA (concreto, pictórico y abstracto), evidenció la importancia de una progresión que inicie en lo tangible para llegar a la simbolización, lo que permite estrategias más estructuradas y eficaces en la resolución de problemas.

No obstante, como advirtió Swan (2005), la efectividad de estos recursos no depende de su mera presencia en el aula; sino, de la mediación pedagógica del docente. Es este quien selecciona y secuencia los materiales, plantea actividades retadoras y guía al estudiante desde la acción concreta hacia la comprensión abstracta, creando un clima de confianza donde el error se asume como parte del aprendizaje. Asimismo, Loewenberg Ball (1992) identificó que los materiales manipulativos no generan por sí solos aprendizajes significativos, por lo que la intervención del docente es indispensable para darles sentido matemático y orientar al estudiante hacia la abstracción. En síntesis, la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en la educación primaria se fortalece cuando el uso de manipulativos se integra en propuestas intencionadas que promuevan reflexión, cálculo mental y argumentación, de forma que se consolide una enseñanza activa y contextualizada que sitúe al estudiante en el centro del aprendizaje matemático.

En el contexto peruano, Herrera Román y Campana Concha (2023) llevaron a cabo un estudio cuasiexperimental con estudiantes del primer grado de primaria en una institución educativa de Lima. Los resultados revelaron que los alumnos que trabajaron con materiales manipulativos como bloques, tarjetas gráficas y fichas mostraron mejoras significativas en la resolución de problemas aditivos de cambio. El estudio destacó que estos recursos potencian habilidades como el uso de estrategias, la traducción de datos y la argumentación, todas ellas capacidades imprescindibles en el marco del Currículo Nacional de la Educación Básica. Sumado a ello, se remarcó la importancia del aspecto motivacional como un factor relevante, dado que los materiales manipulativos generan interés y curiosidad en los estudiantes, pues transforman las clases en espacios lúdicos e interactivos. Al disfrutar del proceso de aprendizaje, los niños se sienten más confiados para experimentar y asumir retos, lo que repercute directamente en una actitud positiva hacia la matemática. Esta disposición emocional favorable es esencial para que los estudiantes desarrollen la competencia de resolver problemas de cantidad con autonomía y seguridad.

Por otro lado, el estudio de Palomino Esparta y Barron Silva (2024) tuvo como finalidad determinar la existencia de una relación entre el uso del material manipulativo y el aprendizaje en el área de Matemática en estudiantes peruanos de primaria. Para ello, la hipótesis planteada fue la existencia de una correspondencia significativa entre las variables: uso del material manipulativo y aprendizaje en el área de Matemática. Los autores optaron por realizar una investigación de tipo cuantitativa, de tipo básica, de nivel descriptivo y con un diseño no experimental y correlacional de corte transversal. Asimismo, para la recopilación de información, se emplearon dos instrumentos: una rúbrica y un cuestionario, que fueron aplicados en una muestra de 90 estudiantes, cada uno con sus características particulares. En la investigación, se evidenció la existencia de una relación directa y significativa entre el uso del material manipulativo y el aprendizaje en el área de Matemática en estudiantes de tercero de primaria de la Institución Educativa Parroquial Virgen del Rosario en Manchay, Pachacamac, en 2023. La manipulación de materiales en el aprendizaje de la matemática resultó fundamental, porque permitió que los estudiantes transiten del pensamiento concreto al pensamiento abstracto de manera progresiva, respondiendo a la necesidad de experimentar con materiales tangibles para construir significados. Este puente entre lo tangible y lo abstracto facilita la comprensión, evita aprendizajes mecánicos y fortalece el desarrollo de la competencia matemática.

A nivel latinoamericano, Murillo et al. (2016) analizaron más de 8,000 aulas en 16 países mediante el estudio SERCE de la Unesco. Encontraron que la disponibilidad de materiales manipulativos como regletas, tangrams o fichas plásticas se asocia positivamente con mejores resultados en pruebas de matemáticas en estudiantes de tercer y sexto grado de primaria. Este hallazgo demostró la importancia de contar con materiales manipulativos para desarrollar competencias de cantidad, especialmente, en contextos de alta desigualdad educativa, ya que contribuyen a reducir las brechas de aprendizaje que suelen presentarse en estudiantes de primaria. Así, en contextos donde existen carencias en el acceso a materiales didácticos o limitaciones en los entornos de aprendizaje, los materiales manipulativos constituyen un medio accesible y eficaz para acercar a los niños a los conceptos matemáticos. Al brindar experiencias prácticas y visuales, se favorece la comprensión de nociones abstractas y se fortalece el aprendizaje significativo, lo que resulta esencial en escenarios donde no todos los estudiantes tienen las mismas oportunidades educativas. Dicho esto, el uso de materiales manipulativos no solo fortalece la competencia de resolver problemas de cantidad, sino que también ayuda a cerrar brechas y a garantizar una educación inclusiva y de calidad. En consecuencia, los materiales manipulativos no solo enriquecen el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que también garantizan que todos los alumnos tengan oportunidades reales de desarrollar la competencia “Resolver problemas de cantidad”.

Mukhtar Muhammad et al. (2023) llevaron a cabo un estudio cuasiexperimental en Nigeria con 80 estudiantes de cuarto grado de primaria. El grupo experimental que utilizó materiales manipulativos como la recta numérica mostró una mejora significativa en la resolución de problemas matemáticos básicos respecto al grupo control. Los autores destacaron que el uso de materiales manipulativos no solo favoreció el aprendizaje activo en estudiantes de cuarto de primaria, sino que permitió a los alumnos visualizar operaciones, detectar patrones y aplicar estrategias más efectivas en la resolución de problemas. Además, el uso de materiales manipulativos respondió a la necesidad de que los estudiantes identifiquen a las matemáticas como una herramienta útil para resolver problemas en situaciones reales y no como un conjunto de reglas aisladas. Al manipular materiales concretos, los niños descubren que los números, las operaciones y las cantidades tienen un sentido práctico y aplicable en su vida cotidiana. Esto fomenta una comprensión más profunda y significativa, al mismo tiempo que promueve la motivación, el interés y la

seguridad en el aprendizaje. Por tanto, el uso de materiales manipulativos es importante para la enseñanza inicial de conceptos matemáticos y para consolidar la autonomía y confianza de los estudiantes en la resolución de problemas.

A partir de todo lo revisado, se vuelve evidente que el uso de materiales manipulativos constituye un recurso esencial para potenciar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en la educación primaria. Los aportes teóricos revisados explican cómo estos recursos permiten transitar del pensamiento concreto al abstracto, fortalecer la comprensión conceptual y facilitar la mediación docente en la construcción de aprendizajes significativos. Asimismo, investigaciones recientes en Perú, en América Latina y en Nigeria han demostrado que el uso de materiales manipulativos favorece el rendimiento en la resolución de problemas matemáticos y el desarrollo de habilidades como la argumentación, la traducción de datos y la aplicación de estrategias más eficaces. De este modo, se concluye que la presencia de estos materiales, acompañada de una mediación pedagógica intencionada, enriquece la enseñanza de la matemática y contribuye al desarrollo integral de los estudiantes en diversos contextos educativos, ya que no solo se potencia la adquisición de la competencia matemática de resolver problemas de cantidad, sino que también se desarrollan habilidades como la autonomía, el razonamiento lógico y la confianza en sus capacidades; elementos fundamentales para un aprendizaje profundo y duradero.

CONCLUSIONES

1. El uso de materiales manipulativos en el aprendizaje de la matemática ha demostrado ser una estrategia pedagógica eficaz para fortalecer la competencia de resolución de problemas de cantidad en estudiantes de educación primaria. Según el análisis realizado, se confirma que la manipulación de objetos facilita la transición del pensamiento concreto al abstracto y promueve un aprendizaje más profundo y duradero.
2. La eficacia de los materiales manipulativos depende en gran medida del rol docente, pues la presencia de estos recursos en el aula no garantiza aprendizajes significativos por sí sola; es la mediación intencionada del maestro, la selección adecuada de recursos y la planificación de actividades desafiantes lo que convierte a estos materiales en verdaderos puentes hacia la comprensión matemática y el desarrollo del sentido numérico.
3. A la luz de los estudios revisados y de la experiencia recogida, puede concluirse que el empleo de materiales manipulativos no solo contribuye a la mejora del rendimiento en la resolución de problemas, sino que también fomenta habilidades cognitivas y sociales de gran relevancia para la formación integral del estudiante. Entre ellas destacan la argumentación, la metacognición, la búsqueda de estrategias diversas y la capacidad de comunicar ideas matemáticas de manera clara y estructurada. En este sentido, el uso de materiales concretos se muestra como una estrategia pedagógica que, además de facilitar la comprensión de conceptos abstractos, refuerza la autonomía, la creatividad y la colaboración entre pares, lo que se alinea con los fines de la educación integral planteados en el Currículo Nacional de la Educación Básica.
4. Finalmente, los hallazgos de las investigaciones nacionales e internacionales permiten afirmar que los materiales manipulativos constituyen un recurso transversal y de gran impacto en contextos diversos, incluso en aquellos caracterizados por la desigualdad educativa. Estudios desarrollados en Perú, América Latina y África demuestran que su implementación favorece la equidad al brindar a los estudiantes oportunidades de aprendizaje más activas y significativas, independientemente de sus condiciones

iniciales. Así, se ratifica que el desafío principal no radica únicamente en la disponibilidad de recursos; sino, en la capacidad del docente para utilizarlos con propósito pedagógico y visión crítica. De esta manera, los materiales manipulativos se consolidan como herramientas clave para promover aprendizajes matemáticos contextualizados, equitativos y transformadores, contribuyendo a la formación de ciudadanos capaces de enfrentar los retos del siglo XXI.

REFERENCIAS

- Aliya, K. y Symbat, I. (2025). ICT Teachers' Vision and Experience in Developing Digital Skills of Primary School Students in Computer Science Lessons. *Computers*, 14(92). <https://doi.org/10.20944/preprints202501.1893.v1>
- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *Tangram - Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-158. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, A. y Bosch, E. (2022). Numeración y cálculo en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido numérico. *Tangram - Revista de Educação Matemática*, 5(3), 132-167. <https://doi.org/10.30612/tangram.v5i3.16420>
- Alsina, A. y Bosch, E. (2023). Estadística y probabilidad en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido estocástico. *Tangram - Revista de Educação Matemática*, 6(3), 23-59. <https://doi.org/10.30612/tangram.v6i3.17587>
- Alsina, A., Jimenez, I., Melo, J., Moreno, J., Pastelero, O., Sánchez Sánchez, A. y Silva, E. (2012). Cómo enseñar Matemáticas en las primeras edades. *Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (61), 97-106. <https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/10633/Como-ensenar-matematicas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Anghileri, J. (2006). *Teaching Number Sense*. (2º ed.). Continuum International Publishing Group.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Cámac Tiza, M. M., Delgado Baltazar, M. P., Reyes Santos, T. A., Silva Rubio, E., Urbina Medina, R. A., Ramos Choquehuanca, A. A. (2023). *El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases*. Editorial Mar Caribe. <https://osf.io/6qwgw/download/?format=pdf>
- Cañar Aviléz, C. G., Dávila Sáenz, M. L. y Vázquez Alvarez, A. (2025). Uso de materiales manipulativos para el aprendizaje de las tablas de multiplicar en estudiantes de sexto grado de Educación Básica. *Sinergia Académica*, 8(Especial 2), 350-374. <https://sinergiaacademica.com/index.php/sa/article/view/499/1027>
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C. y Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380-400. <https://doi.org/10.1037/a0031084>
- D'Angelo, F. e Iliev, N. (2012). *Teaching Mathematics to Young Children through the Use of Concrete and Virtual Manipulatives*. Eric. <https://eric.ed.gov/?id=ED534228>

- Diller, D. (2011). *Math work stations: Independent learning you can count on, K-2*. Eric. <https://eric.ed.gov/?id=ED518450>
- Educación 3.0. (s.f.). *Yeap Ban Har: “Aprender matemáticas y divertirse es posible con el Método Singapur”*. <https://www.educaciontrespuntocero.com/entrevistas/yeap-ban-har-matematicas-metodo-singapur/>
- Frykholm, J. (2010). *Aprendiendo a Pensar Matemáticamente Con la Recta Numérica. Un Recurso para Profesores, Una Herramienta para los Niños*. The Math Learning Center. https://www.mathlearningcenter.org/sites/default/files/pdfs/LTM_Numberline-SP.pdf
- García Jaramillo, K. V. (2022). *Recursos didácticos manipulativos en el área de matemática para la enseñanza de la suma y resta en los estudiantes de segundo grado de educación básica de la escuela unidad educativa Juan Dagoberto Montenegro Rodríguez, periodo lectivo 2021-2022* [Trabajo de grado, Universidad Estatal Península de Santa Elena]. <https://repositorio.upse.edu.ec/handle/46000/7423>
- González López, A. D., Rodríguez Matos, A. de los A. y Hernández García, D. (2011). El concepto zona de desarrollo próximo y su manifestación en la educación médica superior cubana. *Educación Médica Superior*, 25(4), 531-539. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412011000400013&lng=es&tlng=es.
- Herrera Román, I. L. y Campana Concha, A. R. (2023). Uso de materiales concretos y resolución de problemas aditivos de cambio en estudiantes del 1er grado de una institución educativa primaria, Ugel 04 - Lima. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(6), 3344-3353. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.8921
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A. y Wearne, D. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. *Educational Researcher*, 25(4), 12-21. <https://doi.org/10.3102/0013189X025004012>
- Ivanova, M., Grosseck, G. y Holotescu, C. (2024). Unveiling insights: A bibliometric analysis of artificial intelligence in teaching. *Informatics*, 11(1), 10. <https://doi.org/10.3390/informatics11010010>
- Jiménez, L. R. y Espinosa, C. I. (2019). Aprovechamiento del material manipulativo para fortalecer el pensamiento matemático en aula multigrado. *Educación y Ciencia*, (23), 513-529. <https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2019.23.e10268>
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula* (Trad. G. Vitale). Editorial Paidós. (Trabajo original publicado en 1994). <https://www.ucm.es/data/cont/docs/1626-2019-03-15-JOHNSON%20El%20aprendizaje%20cooperativo%20en%20el%20aula.pdf>

- Kamii, C. (1990). ¿Qué aprenden los niños con la manipulación de objetos? *Infancia. Educar de 0 a 6 años*, (2), 7-10. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1131507>
- Lee, N. H. y Tan, B. L. J. (2014). El papel de los manipulativos virtuales en el enfoque concreto de abstracto pictórico en la enseñanza de las matemáticas primarias. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 8(2), 102–121. <https://repository.nie.edu.sg/entities/publication/3d3c5dd2-2080-47c1-ab2e-50d939f9f79c>
- Loewenberg Ball, D. (1992). Magical Hopes. Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16(2), 14-18. https://www.aft.org/sites/default/files/ae_summer1992_ball.pdf
- Matailo Vivar, N. V. y Ramón Salcedo, I. F. (2023). La importancia de los recursos didácticos manipulativos en el razonamiento lógico - Matemático. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 10317-10337. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.6121
- May Cen, I de J. (2015). George Polya (1965). ¿Cómo plantear y resolver problemas? [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, 3(8), 419-420. <https://www.redalyc.org/journal/4576/457644946012/html/>
- Mercado, M. C., Calaguas, K. B., Vitug, Z. M., Castro, A. B., Yumang, M. G., Gaspar R. S. y Nucum, R. G. (2025). Utilizing Bland and Interactive PowerPoint During Mathematics Class: Physical Education Students' Perceptions. *Brillo Journal*, 4(1), 27-38. <https://doi.org/10.56773/bj.v4i1.58>
- Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Bases curriculares: Matemática*. https://www.secst.cl/upfiles/documentos/Bases_Matematica__2012.pdf
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. <https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Mukhtar Muhammad, S., Muhammad Abdurrahman, S., Abdullahi, F. y Bayaro A. (2023). The effect of using manipulatives on the performance of pupils in primary school mathematics. *Journal of Mathematical Sciences & Computational Mathematics*, 4(2), 223-232. https://www.researchgate.net/profile/Muhammad-Sani-Abdurrahman/publication/367384193_The_Effect_of_Using_Manipulatives_on_the_Performance_Of_Pupils_in_Primary_School_Mathematics/links/63ddf91ac97bd76a8263fdde/The-Effect-of-Using-Manipulatives-on-the-Performance-Of-Pupils-in-Primary-School-Mathematics.pdf
- Murillo, J., Román, M. y Atrio, S. (2016). Los Recursos Didácticos de Matemáticas en las Aulas de Educación Primaria en América Latina: Disponibilidad e Incidencia en el

- Aprendizaje de los Estudiantes. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 24, 1-22. <https://www.redalyc.org/pdf/2750/275043450067.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. <https://hdl.handle.net/20.500.12365/17719>
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- Palomino Esparta, A. H. y Barron Silva, L. E. (2024). *Uso del material concreto y el aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del tercero de primaria de la Institución Educativa Parroquial Virgen del Rosario, Manchay, Pachacamac, 2023* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/11063>
- Parcerisa Aran, A. (2010). Los materiales didácticos como recurso en la acción comunitaria. En M. Area Moreira, A. Parcerisa Aran y J Rodríguez Rodríguez (Coords.), *Materiales y recursos didácticos en contextos comunitarios* (pp. 15-30). Graó.
- Piaget, J. (1975). *El nacimiento de la inteligencia en el niño* (Trad. P. Bordonaba). Crítica. (Trabajo original publicado en 1936). <https://piagetflix.com/wp-content/uploads/2020/02/2-El-Nacimiento-de-La-Inteligencia-en-El-Nino-Jean-Pieget.pdf>
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. <https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
- Ruesta Quiroz, R. G. y Gejaño Ramos, C. V. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Revista Franz Tamayo*, 4(9), 103-106. <https://www.redalyc.org/pdf/7605/760579086006.pdf>
- Santos, L. M. (1992). Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), 16-24. <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4/vol4-2/vol4-2-2.pdf>
- Sarama, J. y Clements, D. H. (2016). Physical and virtual manipulatives: What is “Concrete”? En P. Moyer-Packenham (Ed.), *International Perspectives on Teaching and Learning Mathematics with Virtual Manipulatives. Mathematics Education in the Digital Era* (Vol. 7, pp. 71–93). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1_4
- Skinner, B. F. (2016). *The technology of teaching*. Skinner Foundation.
- Swan, M. (2005). *Standards Unit. Improving learning in Mathematics: challenges and strategies*. Department for Education and Skills Standards Unit. https://colleenyoung.org/wp-content/uploads/2010/04/improving_learning_in_mathematicsi.pdf

- Törner, G., Schoenfeld, A. H. y Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the World: Summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 39, 5-6. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0053-0>
- Tsankov, N. (2018). The transversal competence for problem-solving in cognitive learning. *International Journal of Cognitive Research in Science. Engineering and Education*, 6, 67-82. <https://doi.org/10.5937/ijcrsee1803067T>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press. <https://home.fau.edu/musgrove/web/vygotsky1978.pdf>
- Yunidar, D., Fritiana Bahri, N., Ramawisari, I. y Andita Putri, S. (2025). Analyzing the design of montessori-based media to introduce letters and numbers. *Jurnal Desoin*, 12(2). <http://dx.doi.org/10.30998/jd.v12i2.21972>

ANEXO

Anexo A. Desempeños de educación primaria

Desempeños de primer grado	Desempeños de segundo grado	Desempeños de tercer grado	Desempeños de cuarto grado	Desempeños de quinto grado	Desempeños de sexto grado
<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y se encuentra en proceso hacia el nivel esperado del ciclo III, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y acciones de agregar, quitar y juntar cantidades, y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de adición o sustracción con números naturales hasta 20. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión de la decena como grupo de diez unidades y de las operaciones de adición y sustracción con números hasta 20. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión del número como ordinal al ordenar objetos hasta el décimo lugar, del número como 	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y logra el nivel esperado del ciclo III, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y una o más acciones de agregar, quitar, avanzar, retroceder, juntar, separar, comparar e igualar cantidades, y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de adición o sustracción con números naturales de hasta dos cifras. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión de la decena como nueva unidad en el sistema de numeración decimal y el valor posicional de una cifra en números de hasta dos cifras. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión del número como ordinal al ordenar 	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y se encuentra en proceso hacia el nivel esperado del ciclo IV, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y una o más acciones de agregar, quitar, comparar, igualar, reiterar, agrupar, repartir cantidades y combinar colecciones diferentes de objetos, para transformarlas en expresiones numéricas (modelo) de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales de hasta tres cifras. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión sobre la centena como nueva unidad en el sistema de numeración decimal, sus equivalencias con decenas y unidades, el valor posicional de una cifra en números de tres cifras y la 	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y logra el nivel esperado del ciclo IV, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y una o más acciones de agregar, quitar, comparar, igualar, reiterar, agrupar, repartir cantidades y combinar colecciones, para transformarlas en expresiones numéricas (modelo) de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales de hasta cuatro cifras. • Establece relaciones entre datos y acciones de partir una unidad o una colección de objetos en partes iguales y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de fracciones usuales, adición y sustracción de estas. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y 	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y se encuentra en proceso hacia el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y una o más acciones de agregar, quitar, comparar, igualar, reiterar, agrupar y repartir cantidades, para transformarlas en expresiones numéricas (modelo) de adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales, y de adición y sustracción con decimales. • Establece relaciones entre datos y acciones de dividir la unidad o una cantidad en partes iguales, y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de fracciones y de adición, sustracción y multiplicación de estas. • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico 	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de cantidad y logra el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre datos y una o más acciones de comparar, igualar, reiterar y dividir cantidades, y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de adición, sustracción, multiplicación y división de dos números naturales (obtiene como cociente un número decimal exacto), y en potencias cuadradas y cúbicas. • Establece relaciones entre datos y acciones de dividir una o más unidades en partes iguales y las transforma en expresiones numéricas (modelo) de fracciones y adición, sustracción y multiplicación con expresiones fraccionarias y decimales (hasta el centésimo). • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión de: • El valor posicional de un dígito en números de hasta seis cifras y decimales hasta el centésimo, así como las unidades del sistema de numeración decimal.

<p>cardinal al determinar una cantidad de hasta 50 objetos y de la comparación y el orden entre dos cantidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Emplea las siguientes estrategias y procedimientos: • Estrategias heurísticas⁴³. • Estrategias de cálculo mental, como la suma de cifras iguales, el conteo y las descomposiciones del 10. • Procedimientos de cálculo, como las sumas y restas sin canjes. • Estrategias de comparación, como la correspondencia uno a uno. • Compara en forma vivencial y concreta la masa de los objetos usando otros objetos como referentes, y estima el tiempo usando unidades convencionales y referentes de actividades cotidianas (días de la semana, meses del año). • Realiza afirmaciones sobre las diferentes formas de representar el número y las explica con ejemplos concretos. • Realiza afirmaciones sobre los resultados que podría obtener al sumar o restar y las explica con apoyo de material concreto. Asimismo, explica los pasos que siguió en la resolución de un problema. 	<p>objetos hasta el vigésimo lugar, de la comparación entre números y de las operaciones de adición y sustracción, el doble y la mitad, con números de hasta dos cifras.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Emplea estrategias y procedimientos como los siguientes: • Estrategias heurísticas. • Estrategias de cálculo mental, como las descomposiciones aditivas o el uso de analogías ($70 + 20$; $70 + 9$, completar a la decena más cercana, usar dobles, sumar en vez de restar, uso de la conmutatividad). • Procedimientos de cálculo, como sumas o restas con y sin canjes. • Estrategias de comparación, que incluyen el uso del tablero cien y otros. • Compara en forma vivencial y concreta la masa de objetos usando unidades no convencionales, y mide el tiempo usando unidades convencionales (días, horarios semanales). • Realiza afirmaciones sobre la comparación de números naturales y de la decena, y las explica con material concreto. • Realiza afirmaciones sobre por qué debe sumar o restar 	<p>comparación y el orden de números.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico (números, signos y expresiones verbales) su comprensión de la multiplicación y división con números naturales hasta 100, y la propiedad conmutativa de la adición. • Emplea estrategias y procedimientos como los siguientes: • Estrategias heurísticas. • Estrategias de cálculo mental, como descomposiciones aditivas y multiplicativas, duplicar o dividir por 2, multiplicación y división por 10, completar a la centena más cercana y aproximaciones. • Procedimientos de cálculo escrito, como sumas o restas con canjes y uso de la asociatividad. • Mide y compara la masa de los objetos (kilogramo) y el tiempo (horas exactas) usando unidades convencionales y no convencionales. • Realiza afirmaciones sobre la comparación de números naturales y la conformación de la centena, y las explica con material concreto. 	<p>expresiones verbales) su comprensión de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La unidad de millar como unidad del sistema de numeración decimal, sus equivalencias entre unidades menores, el valor posicional de un dígito en números de cuatro cifras y la comparación y el orden de números. • La multiplicación y división con números naturales, así como las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación. • La fracción como parte-todo (cantidad discreta o continua), así como equivalencias y operaciones de adición y sustracción entre fracciones usuales usando fracciones equivalentes. • Emplea estrategias y procedimientos como los siguientes: • Estrategias heurísticas. • Estrategias de cálculo mental o escrito, como las descomposiciones aditivas y multiplicativas, doblar y dividir por 2 de forma reiterada, completar al millar más cercano, uso de la propiedad distributiva, redondeo a múltiplos de 10 y • Amplificación y simplificación de fracciones. 	<p>(números, signos y expresiones verbales) su comprensión de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El valor posicional de un dígito en números de hasta seis cifras, al hacer equivalencias entre decenas de millar, unidades de millar, centenas, decenas y unidades; así como del valor posicional de decimales hasta el décimo, su comparación y orden. • Los múltiplos de un número natural y la relación entre las cuatro operaciones y sus propiedades (conmutativa, asociativa y distributiva). • La fracción como parte de una cantidad discreta o continua y como operador. • Las operaciones de adición y sustracción con números decimales y fracciones. • Emplea estrategias y procedimientos como los siguientes: • Estrategias heurísticas. • Estrategias de cálculo: uso de la reversibilidad de las operaciones con números naturales, estimación de productos y cocientes, descomposición del dividendo, amplificación y simplificación de 	<ul style="list-style-type: none"> • Los múltiplos y divisores de un número natural; las características de los números primos y compuestos; así como las propiedades de las operaciones y su relación inversa. • La fracción como operador y como cociente; las equivalencias entre decimales, fracciones o porcentajes usuales; las operaciones de adición, sustracción y multiplicación con fracciones y decimales. • Emplea estrategias y procedimientos como los siguientes: • Estrategias heurísticas. • Estrategias de cálculo, como el uso de la reversibilidad de las operaciones con números naturales, la amplificación y simplificación de fracciones, el redondeo de decimales y el uso de la propiedad distributiva. • Procedimientos y recursos para realizar operaciones con números naturales, expresiones fraccionarias y decimales exactos, y calcular porcentajes usuales. • Mide, estima y compara la masa de los objetos, el tiempo (minutos) y la temperatura usando la unidad de medida que conviene según el problema; emplea recursos y estrategias de cálculo para hacer conversiones de unidades de masa, tiempo y temperatura, expresadas con números naturales y expresiones decimales. • Realiza afirmaciones sobre las relaciones (orden y otras) entre decimales, fracciones o porcentajes usuales, y las justifica con varios
---	--	--	--	---	---

	<p>en un problema y las explica; así también, explica su proceso de resolución y los resultados obtenidos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza afirmaciones sobre el uso de la propiedad conmutativa y las explica con ejemplos concretos. Asimismo, explica por qué la sustracción es la operación inversa de la adición, por qué debe multiplicar o dividir en un problema, así como la relación inversa entre ambas operaciones; explica también su proceso de resolución y los resultados obtenidos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mide, estima y compara la masa (kilogramo, gramo) y el tiempo (año, hora, media hora y cuarto de hora) seleccionando unidades convencionales. • Realiza afirmaciones sobre la conformación de la unidad de millar y las explica con material concreto. • Realiza afirmaciones sobre las equivalencias entre fracciones y las explica con ejemplos concretos. Asimismo, explica la comparación entre fracciones, así como su proceso de resolución y los resultados obtenidos. 	<p>fracciones, redondeo de expresiones decimales y uso de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición y división.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mide, estima y compara la masa de los objetos (kilogramo) y el tiempo (décadas y siglos) usando unidades convencionales (expresadas con naturales, fracciones y decimales); y usa multiplicaciones o divisiones por múltiplos de 10, así como equivalencias, para hacer conversiones de unidades de masa y tiempo. • Realiza afirmaciones sobre las relaciones (orden y otras) entre números naturales, decimales y fracciones; así como sobre relaciones inversas entre operaciones, las cuales justifica con varios ejemplos y sus conocimientos matemáticos. • Justifica su proceso de resolución y los resultados obtenidos. 	<p>ejemplos y sus conocimientos matemáticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Justifica su proceso de resolución y los resultados obtenidos.
--	--	---	---	--	---