Innova Teaching School

EL USO DEL MATERIAL CONCRETO PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO EN NIÑOS DE LOS PRIMEROS GRADOS

Trabajo de Investigación para optar al Grado Académico de Bachiller en Educación

Presentado por

Sara Noemí Quincho Yalle

Asesor: Carla Yabar Schuler

Lima, setiembre de 2022

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo analizar la importancia del uso de material concreto para desarrollar el sentido numérico en niños de los primeros grados, para la cual se revisó literaturas de investigación científica, considerando inicialmente investigaciones actualizadas, pero dada la importancia de teorías que aportaron de sobremanera en el campo educativo se revisaron en la medida de lo posible las fuentes origen. La investigación ha sido desarrollada a través de tres capítulos:

El primer capítulo presenta la importancia del material concreto en las matemáticas, por lo que se partió del significado de material concreto de manera general hacia un concepto más específico relacionado con matemática, se describe los tipos de materiales que son de utilidad y la manera como éstos se relacionan con el aprendizaje del niño, el desarrollo del pensamiento, y la importancia de su uso en las matemáticas para crear conocimiento en el procesos de enseñanza aprendizaje, para lo cual se da a conocer los aportes de diversos autores quienes en base a evidencias científicas coinciden en la importancia de material concreto en matemáticas desde los primeros grados.

El segundo capítulo está centrado en el significado del sentido numérico y lo que implica lograr o no su desarrollo; se describe el proceso del pensamiento numérico inicial y el contexto del sentido numérico en la escuela, publicitando investigaciones de diversos autores desde el campo neuropsicológico que evidencian el proceso de construcción y las nociones primitivas de un pensamiento numérico inicial.

El tercer capítulo hace mención a la construcción del sentido numérico a través del material concreto, para ello se describen consideraciones que encaminan la construcción del sentido numérico; entre ellas las recomendaciones brindadas por la National Council of Teachers of Mathematics respecto a los contenidos a desarrollarse en los primeros grados; Así también, se da a conocer los aportes teóricos sobre el aprendizaje de acuerdo a la teoría constructivista que busca el desarrollo integral del niño a través del aprendizaje activo y sociocultural. La construcción del número y desarrollo de las operaciones aritméticas en primeros grados referido a la adición y sustracción; para lo cual se presenta como estrategia matemática para desarrollarlos a tres materiales concretos.

ÍNDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la matemática en las escuelas, siempre ha sido el punto crítico, dado que la mayoría de los estudiantes presentan serias dificultades para su comprensión. Estas dificultades se evidencian en los exámenes en aula y en las evaluaciones nacionales ECE e internacionales PISA; las cuales dan cuenta que los estudiantes no han logrado desarrollar las competencias básicas, consecuentemente no logran actuar competentemente ante diversas situaciones de la vida diaria. El aprendizaje de las matemáticas es elemental desde los primeros grados, pues el inicio del actuar competente en matemática procede de la capacidad de haber desarrollado el sentido numérico, entendido como la manera particular y profunda de concebir la naturaleza de los números y las operaciones que se pueden llevar a cabo entre ellos (Castro, 2008).

En ese sentido, lograr desarrollar las competencias matemáticas en los niños de los primeros grados que va desde educación inicial hasta segundo grado de primaria es fundamental, porque son la base sobre las cuales se podrán construir nuevos aprendizajes en grados posteriores, e implica garantizar estándares de aprendizaje en cada ciclo de estudios, de tal forma que puedan utilizar dichos conocimientos para plantear diversas estrategias de solución; que los niños sean capaces de (1) traducir cantidades a expresiones numéricas, (2) comunicar su comprensión sobre los números y las operaciones, (3) usar estrategias y procedimientos de estimación y cálculo, y (4) argumentar afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones (MINEDU, 2017).

Por ello, dada la complejidad del aprendizaje matemático y lejos de una enseñanza mecanizada, repetitiva, que conlleva a que el niño no logre interiorizar conceptos como la noción de cantidad, número, las operaciones que pueden realizarse, y aceptar que sólo existe una estrategia de solución; el docente debe propiciar experiencias de aprendizaje significativas, que tengan sentido y sean acorde al grado de conocimiento del estudiante; y promover mejores experiencias matemáticas por medio del uso del material concreto, que ayudan a construir conocimiento continuo. Puesto que, el niño a través de la manipulación del material educativo y el uso de los sentidos, llega al descubrimiento e interiorización de los conceptos, y desarrolla su aprendizaje, porque "manipular es aprender" (Hernández, 1990). Vale decir, es necesario priorizar la interacción del niño con los diversos materiales para lograr aprendizajes, que el solo hecho de brindar contenidos teóricos; debido a que, en dicha interacción los conocimientos y los aprendizajes son mejor interiorizados, facilitando el desarrollo y adquisición de las competencias educativas elementales (Moreno, 2015). Por lo tanto, cada vez que los niños(as) usan alguno de sus sentidos (vista, tacto, olfato, audición, gusto), se crea una nueva conexión. Esto quiere decir que, si al niño(a) se le provee de diversas experiencias en forma continua, se estará favoreciendo las conexiones cerebrales que se generan a partir de los estímulos de dichas experiencias, transformándose así, en la base de los futuros aprendizajes (…) (Cortés et al., 2009, p. 22).

Es decir, las experiencias de aprendizaje sensorio-motriz en la que se manipula el material adecuado, se hacen necesarias para crear conocimiento, las mismas que quedan guardadas en la memoria y recuperadas cuando son necesarias. Motivo por el cual, la etapa de los primeros grados es “la etapa que más influye en las destrezas académicas – en las denominadas competencias básicas-. (…) aprender a leer, a escribir, los primeros razonamientos lógico-matemáticos, estrategias de memorización, etcétera” (Bueno y Forés, 2018). Pero, el cerebro aprende a través de la experiencia y la emoción; y si el niño no está involucrado emocionalmente a través de la motivación, el aprendizaje no se dará en la medida que se espera; consecuentemente el cerebro emocional y cognitivo son inseparables (Lázaro y Mateos, 2018). Así también, el conocimiento sea de manera explícita o implícita considera un principio de conservación necesario para toda acción racional y lógica, y el pensamiento aritmético no es la excepción. Puesto que un conjunto o colección de objetos, es comprensible si su valor total permanece en el tiempo, indistintamente de los cambios relacionales al interior de sus elementos; siendo este principio indispensable para la comprensión y aprendizaje matemático (Piaget y Szeminska, 1967). En razón de ello, la asimilación de la naturaleza del número y la conservación se dan a partir de las experiencias concretas.

Premisa y pregunta de investigación

El uso del material concreto facilita el desarrollo del sentido numérico en niños de los primeros grados.

Objetivo de la investigación

Analizar la importancia del uso de material concreto para desarrollar el sentido numérico en niños de los primeros grados.

CAPÍTULO I: LA IMPORTANCIA DEL MATERIAL CONCRETO EN LAS MATEMÁTICAS

1.1 Material concreto

Según la Real Academia Española (RAE, 2022), "material es el conjunto de máquinas, herramientas u objetos de cualquier clase, necesario para el desempeño de un servicio o el ejercicio de una profesión. (…); y concreto, es sólido, compacto, material". Consecuentemente, relacionándolo al campo matemático, el material concreto sería un objeto sólido y manipulable, necesario para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así también, Lima (2011), define que material concreto es un objeto manipulativo utilizado para la enseñanza aprendizaje de la matemática porque están diseñados con propósitos escolares.

De otro lado, Bergen et al. (2017) mencionan que el material concreto, es un instrumento o elemento que facilita el aprendizaje, cuyo objetivo es que a través de la experiencia manipulativa se transmita contenidos educativos. En esa línea, (Tanca, 2000, como se citó en Bergen et al., 2017, p.12) tienen una definición más amplia, los materiales concretos, son elementos físicos que aportan mensajes educativos para desarrollar estrategias cognoscitivas, enriquecer de experiencias sensoriales, facilitar el desarrollo, adquisición y fijación del aprendizaje. Por su parte, Grows y Cebulla (2006) mencionan que el material concreto debe ser utilizado en el proceso de enseñanza matemática, dado que a través de la experiencia manual se facilita la construcción de significados necesarios para la comprensión de conceptos matemáticos y las conexiones entre las ideas, que luego incidirán en el razonamiento más que a la memoria.

Según Ramos (2016), el material concreto es un objeto tangible, se puede manipular, diseñados o no con fines educativos; y debido a la acción directa del niño sobre estos, provocan modificaciones cognitivas que le permiten desarrollar aprendizajes. Así mismo, Villarroel y Sgreccia (2011) citan el material concreto como el objeto utilizado en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, que contribuyen a la construcción, entendimiento y consolidación de conceptos. De igual manera Roblez (2012) asevera que es un objeto manipulable que concede al niño la oportunidad de una experiencia de aprendizaje, al interiorizar las relaciones existentes entre los conceptos nuevos y conocidos en el proceso mental, facilitando el desarrollo de sus capacidades y la adquisición de conceptos. En resumen, los conceptos utilizados para referirse a material concreto confluyen en que este material que se puede ver, tocar y sentir, y favorece el desarrollo del pensamiento según la forma en que es utilizado; un material tangible que activa la percepción del sentido facilitando la representación de un concepto. En ese sentido, el material concreto según su funcionalidad, se clasifica en material concreto estructurado y no estructurado, y entre las diversas concepciones se tiene:

Material concreto estructurado

Lima (2011), lo define como el material que ha sido diseñado y elaborado con un fin pedagógico para facilitar la enseñanza aprendizaje de la matemática. Tales como los bloques lógicos, puzzles, geoplano, etc. En esa misma línea, Ramos (2016) menciona que es el material diseñado y producido con un fin educativo e incentiva el desarrollo del pensamiento. De otro lado, Bustamante (2019) cita que el material estructurado es el material elaborado con un fin formativo y para diversos objetivos en el proceso enseñanza aprendizaje. Así mismo, Capelo y Muñoz (2010) refieren, dado que los materiales estructurados son diseñados para facilitar la comprensión de conceptos, deben ser de uso múltiple según conceptos y objetivos. En resumen, todas las definiciones planteadas concluyen que el material concreto estructurado, es aquel objeto diseñado y elaborado con un fin educativo, y contribuye con el proceso de enseñanza aprendizaje porque facilita la comprensión de los conceptos matemáticos; entre dichos materiales se encuentran el ábaco, vasos graduados, balanza, geoplano, material base 10, tangram, regletas numéricas o regletas de cuisenaire, bloques geométricos y otros.

Material concreto no estructurado

Según Lima (2011) el material concreto no estructurado es un objeto que no ha sido diseñado ni elaborado con un fin pedagógico, pero permite al niño su exploración ayudándolo en su proceso de aprendizaje; entre ellos están las pinzas, corchos, latas, cajas, etc. A su vez, Bustamante (2019) menciona que el material concreto no estructurado, es el material que no ha sido diseñado con fin educativo, pero brinda al niño la oportunidad de investigar según su interés y curiosidad. En esa línea, Soria (2018) cita que son considerados recursos, se encuentran en el ambiente y de fácil acceso, no están diseñados para el aprendizaje de conceptos, pero el profesor los incorpora al proceso de enseñanza-aprendizaje. Por tanto, se puede definir material concreto no estructurado a aquel material que no se ha diseñado con fines educativos, pero ayuda al niño en su aprendizaje, se le encuentra con facilidad en el ambiente y es incorporado por el profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje. Entre ellos están las tapas, llaves, monedas, embudos, botellas de plástico, chapas, cucharas, semillas, piedras y otros.

1.1.1 Relación entre material concreto y aprendizaje

A través del tiempo, el uso del material concreto en las escuelas, ha cobrado mayor interés por su relación de facilitar la construcción de aprendizajes. En efecto, de acuerdo a las investigaciones mencionadas anteriormente, éste favorece el desarrollo del pensamiento según la forma en que es utilizado propiciando aprendizajes a partir de la experiencia concreta. Según el MINEDU (s.f.), el uso de material concreto en los primeros grados es elemental para el desarrollo de sus habilidades, dado que en esas edades tienen un pensamiento concreto; por lo cual necesitan de acciones manipulativas con objetos concretos; consecuentemente, a través de la exploración de objetos, la observación, verbalización y simbolización, desarrollan la imaginación, la creatividad y el trabajo en equipo.

Pero, el solo hecho de conocer el material concreto para la adquisición del conocimiento matemático no es suficiente, y no implica que mejore el aprendizaje del niño; por el contrario, cada material debe tener una finalidad según la necesidad, motivación y edad del niño, es construir conocimiento a partir de la experiencia sensorial e interiorizar los conceptos matemáticos hasta dominarlos y hacerlos suyo; siendo vital reconocer que cada niño tiene un ritmo de aprendizaje. Al respecto, (Zafra, 2012), cita que durante la primera etapa del desarrollo del niño que va desde el nacimiento hasta los 6 años, el aprendizaje sucede bajo dos esquemas; el primero, la mente “inconsciente” o “absorbente” que sucede hasta los tres años, es una etapa importante porque el aprendizaje se realiza con la fijación del entorno de manera inconsciente; y segundo, la mente “consciente” desde los tres a los seis años, etapa en la cual continúa adquiriendo conocimientos, pero se desarrolla la memoria y la voluntad, por ello la importancia de la motivación.

En ese sentido, Montessori (1986) menciona que, durante el desarrollo mental del niño, éste tiene la necesidad de conocer elementos de su entorno que le llaman la atención, conocer el movimiento adecuado al manipularlo y mantener el interés; es decir el manejo de los objetos tiene un propósito inconsciente que estimula el aprendizaje significativo, en la cual existe una coordinación entre el cerebro, el sentido y el movimiento de los músculos. Porque, “para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje (…)” (Gómez, 2010, p.77). Destacando una cita que sintetiza la importancia del material concreto para el aprendizaje en diversos campos:

> Los objetos más importantes del ambiente son los que se prestan a ejercicios sistemáticos de los sentidos y de la inteligencia con una colaboración armoniosa de la personalidad síquica y motriz del niño y que, poco a poco, le conduce a conquistar, con exuberante y poderosa

> energía, las más duras enseñanzas fundamentales de la cultura: leer, escribir y contar (Montessori, 1967, como se citó en Manrique y Gallego, 2013, p.104).

En efecto, estudios realizados sobre el impacto de utilizar el material concreto en el aprendizaje de las matemáticas, han evidenciado que contribuye a mejorar el registro de información e incrementa el desarrollo de conceptos. Aunque, hay algunos estudios que muestran inconsistencias en sus investigaciones; tal es el caso del estudio realizado por Resnick-Omanson y por Labinowicz, quienes determinan que usar dicho material ejerció poco impacto en los aprendizajes de los niños; mientras que el estudio de Fuson-Briars y Hiebert-Wearne mostraron resultados positivos en el aprendizaje, como consecuencia de usar el mismo material. Por lo que, podría decirse que los resultados estuvieron influenciados por la motivación y compromiso de los niños para con su aprendizaje; y a pesar de ello, existe una aceptación general de que el material concreto es una herramienta esencial para el aprendizaje (Grouws y Cebulla, 2006). Consecuentemente, la experiencia resultante de manipular el material concreto, es esencial para la adquisición del aprendizaje; ante ello, el proceso óptimo de enseñanza-aprendizaje debe incluir la experiencia de manipular diversos tipos de material para facilitar la interiorización de los conceptos matemáticos de manera significativa y les permita un mejor desempeño en estudios avanzados (Alsina, 2011).

Por consiguiente, para desarrollar el aprendizaje matemático desde los primeros grados, que implique una comprensión profunda de los conceptos matemáticos que sentarán las bases de nuevos conocimientos, se concuerda con Araya (2004) de que es esencial utilizar múltiples representaciones de los conceptos, tales como las representaciones motoras, cinestéticas, visuales, espaciales, verbales y simbólico-matemáticas. Para lo cual, mencionan un ejemplo sobre la efectividad del uso del material concreto, un estudio llevado a cabo por James Stigler respecto al aprendizaje de las matemáticas en Oriente, cuyos resultados revelaron diferencias sustanciales entre las destrezas aritméticas de niños asiáticos y norteamericanos del segundo y tercero básicos, concluyendo que la superioridad oriental se debía al uso del material concreto “ábaco”, porque permite manejar una representación visual y motora para el sistema posicional.

Por esta razón, se coincide con la aseveración de (Canals, 2001, como se citó en Alsina, 2011, p.15) respecto a que:

> Si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad, y a partir de aquí fomentar el diálogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en manera, porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo.

1.1.2 Material concreto y el desarrollo del pensamiento

En la mayoría de países del mundo globalizado, la educación se ha convertido en el eje fundamental para el desarrollo de las sociedades; por ello, se han realizado cambios en las políticas educativas, pasando de una pedagogía cognitiva y tradicional hacia una pedagogía constructivista, en la que el niño no es un simple receptor de conocimientos, sino un constructor de su propio aprendizaje a través del contacto, la práctica y el descubrimiento; con lo cual, se espera que logre un desarrollo progresivo de la competencia matemática y le sea de utilidad para un actuar competente en la vida diaria y en la sociedad. Por tanto, el pensamiento es elemental para la comunicación, la toma de decisiones, desenvolverse en diversos campos y el accionar diario. En ese sentido, Izquierdo define que el pensamiento es un don particular del ser humano y su origen se da por la intervención sensorial y la razón […] el razonamiento, la inferencia lógica y la demostración son aptitudes del pensamiento para reflejar de manera inmediata la realidad, los problemas y las necesidades del sujeto […]. Según la lógica formal la estructura del pensamiento está compuesta de la siguiente manera: concepto, juicio, razonamiento y demostración (Izquierdo, 2006, p.21-23, como se citó en Jara, 2012, p.55). Entonces, el pensamiento es una demostración de lo que se siente, creando una realidad subjetiva caracterizada por el modo de percibir la realidad del objeto, que dista de la realidad objetiva relacionada al objeto y su realidad; es decir, es el resultado del aporte como producto de los sentidos: escuchar, ver, tocar, percibir y sentir. Pero el pensamiento involucra una reflexión; que posteriormente da inicio al desarrollo del pensamiento crítico, para analizar y discriminar información que facilitan un actuar consecuente; por tanto, la escuela es responsable de motivar e incentivar el desarrollo del pensamiento crítico en sus estudiantes (Jara, 2012). En ese contexto, se puede afirmar que la educación en el mundo actual, está relacionada con la dimensión de la teoría constructivista, cuyos representantes como Montessori, Jean Piaget, Lev Vigostsky, Jerome Bruner y David Ausubel, aportaron con sus teorías sobre el conocimiento y el aprendizaje; respetando la capacidad y el desarrollo natural del niño, en la cual el docente asume el rol de facilitador del aprendizaje.

Jean Piaget, psicólogo y biólogo suizo (1896-1980), representante de la teoría constructivista del desarrollo del conocimiento; explica el proceso del desarrollo cognitivo de las personas, desde su nacimiento y en adelante a lo largo de su vida. Considera que el desarrollo del conocimiento y el desarrollo físico se inician con el nacimiento y son indisociables; mientras el primero de ellos finaliza en la edad adulta, el segundo lo hace hasta lograr un equilibrio, una estabilidad definida por el crecimiento físico y la madurez orgánica; por lo cual, el desarrollo cognitivo es una construcción continua, es un permanente equilibrarse, pasar de un estado menos equilibrado a uno superior (Piaget, 1991). Precisamente, se encuentra el equilibrio entre la persona y su ambiente mediante el proceso de asimilación y acomodación; donde la asimilación implica relacionar un nuevo suceso con una idea anterior; vale decir, el niño adapta el ambiente a su propia organización de contenidos; mientras que, en la acomodación, el niño modifica la organización actual de sus ideas en función a las condiciones del medio (Arboccó, 2010). Por consiguiente, las personas poseen la capacidad de desarrollar el pensamiento haciendo uso de la información que reciben del entorno a través de los sentidos; construye conocimiento modificando activamente el esquema cognoscitivo; y aprende a través de la acción sobre el objeto y la interacción con las personas; siendo fundamental potenciarlo desde los primeros grados con material concreto según el grado de desarrollo del niño.

En ese contexto, (Piaget y Inhelder, 1997) consideran que el desarrollo mental está determinado por cuatro fases o períodos diferenciados: período sensorio motor, período preoperacional, período de operaciones concretas y período de operaciones formales.

Período sensorio motor: Comprende desde el nacimiento hasta los dos años; se caracteriza por ser una etapa de reflejos, del actuar por instinto y surgimiento de las primeras emociones, los movimientos motrices y las primeras experiencias sensorio-motrices, todas ellas presentes durante la ausencia del lenguaje (Piaget, 1991). Se destaca la falta de poder representar algo o a alguien. Es decir, tal como lo mencionan Piaget y Inhelder (1997), a falta de una función simbólica, no hay pensamiento, ni representación que evoque una persona u objeto ausente; siendo esta etapa trascendental, porque en el cerebro se desarrollan múltiples conexiones neuronales que permiten elaborar un conjunto de estructuras cognoscitivas que serán la base para las construcciones perceptivas e intelectuales posteriores.

Período preoperacional: Comprende desde los dos años hasta los siete años, De acuerdo con Piaget (1991), lo característico en esta etapa es la aparición del lenguaje, consecuentemente se modifica el aspecto afectivo e intelectual. El niño puede reconstruir acciones pasadas en forma narrativa y anticipa sus acciones en lenguaje oral. De esta forma, surgen tres aspectos que impactarán en el desarrollo cognitivo: el principio de socialización de la acción; la aparición del pensamiento apoyado en el lenguaje interior y el sistema de signos; y la interiorización de la acción como tal, que pasa de ser perceptiva y motriz al plano intuitivo de las imágenes y las experiencias mentales. Así mismo, menciona que en esta etapa el niño continúa siendo prelógico, aún no logra distinguir entre un pensamiento correcto o incorrecto, se guía por la intuición e interiorización de las percepciones y movimientos, a través de imágenes representativas y experiencias mentales de los esquemas sensorio-motrices. Por tanto, el desarrollo cognitivo para el caso de las nociones lógico-matemáticas que implican el juego de operaciones, la comprensión de conceptos abstractos, estas surgen de las acciones ejercidas sobre el objeto y no del objeto percibido (Piaget y Inhelder, 1997).

Período de operaciones concretas: Comprende desde los siete años hasta los 11 años, en esta etapa, surge un cambio marcado en el desarrollo afectivo y cognitivo, aparecen nuevas formas de organización mental que completan los esquemas de las construcciones presentes, dando paso a un equilibrio más estable, el de las operaciones intelectuales; donde las operaciones que realizan con concretas a una realidad específica, necesitando de un objeto que pueda ser manipulado y generar experiencias significativas. Además de ello, el niño ya diferencia entre su punto de vista y el de los demás, dando inicio a su construcción lógica, ya que sus frases evidencian una necesidad de interrelación de ideas y de justificación lógica. Así mismo, menciona, la interiorización de que el todo es explicado por la composición de las partes, lo que implica la existencia de operaciones de segmentación o partición e inversamente de reunión o adición, y la concentración o separación. Por lo cual, el pensamiento solo pasa a ser lógico a través de la organización de sistemas de operaciones representados por: la composición, la reversibilidad, la operación directa y su inversa, y que las operaciones pueden asociarse entre sí de diferentes formas. (Piaget, 1991).

Período de operaciones formales: Comprende desde los once a doce años en adelante; etapa en la que surge el pensamiento formal; las operaciones lógicas pasan del plano de la manipulación concreta a las ideas, representadas en un lenguaje comunicativo o de los símbolos matemáticos, sin incluir en ello la percepción, la experiencia ni la creencia. Este pensamiento formal es hipotético-deductivo, porque las conclusiones parten de hipótesis y no de una observación real; se trata de reflexionar las operaciones separadamente de los objetos y transformarlo a proposiciones (Piaget, 1991).

En consecuencia, cada etapa se diferencia por la aparición de nuevas estructuras, cuya construcción la distingue de las etapas anteriores, y serán el cimiento sobre las que se construirán los nuevos caracteres; además de que cada etapa conforma un determinado equilibrio y el desarrollo cognitivo se encamina hacia una mejor equilibración (Piaget, 1991).

1.2 Importancia del material concreto en las matemáticas

Dado que la matemática es una ciencia abstracta, no es fácil interiorizar la comprensión de los conceptos; pues, “gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad” (Godino, et al., 2004, p.136). Por esa razón, durante la etapa inicial del niño y los primeros grados, partir del uso del material concreto adecuado para su asimilación es fundamental, en razón de que a través de la experiencia sensorio motriz del material elegido se estimulan los sentidos, y se facilita el desarrollo conceptual matemático, generando aprendizajes significativos que sentarán las bases para un actuar matemático en la vida diaria. Por ello Montessori (1934) afirma que:

> Presentando al niño un «material científicamente determinado», que le ofrece de un modo «claro» «evidente», el fundamento sobre el cual debe levantarse la actividad razonadora, entonces se facilita no solamente el aprendizaje de la aritmética, dándole una forma elevada, sino también el desarrollo de una profundidad lógica que se hubiera creído imposible de alcanzar en los niños. (p.5)

Así también, Piaget e Inhelder (1997) mencionan que las nociones lógicos-matemáticas son aprendidas partiendo de las acciones ejercidas sobre los objetos y no de los objetos percibidos. En efecto:

> La naturaleza de la actividad de los alumnos en el aula de Matemáticas es una cuestión central en la enseñanza de esta disciplina. Un aprendizaje de las Matemáticas es siempre el producto de actividades, y si éstas se reducen, por ejemplo, a la resolución repetitiva de ejercicios para aplicar ciertas fórmulas, eso será lo que aprenderán, y ello va a perdurar, es decir, aprender de memoria las fórmulas. Por tanto, esta será la imagen que adquirirán de las Matemáticas. (Ponte y otros (1997), como se citó en Flores et. al., 2011, p.14)

En tal sentido, la enseñanza de una matemática memorística siempre ha sido criticada, porque lejos de facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos, genera aversión y miedo porque el niño siente que lo enseñado no tiene sentido, no le encuentra utilidad, es alejado de la realidad social y bastante lejos de los intereses y motivación del niño. Aseveración que está muy relacionada con el pensamiento que tenía Puig Adam: "los conceptos matemáticos se transmiten desprovistos de cualquier significación real y esa era la causa del divorcio entre la matemática y la realidad" (Kilpatrick, et al.,1994, como se citó en Arteaga, et al., 2021, p.350). En consecuencia, el docente debe tener presente la razón por la cual se utiliza determinado material concreto, los objetivos, el momento adecuado, y lo que el niño puede lograr, porque la acción va más allá de manipular, tiene un fin intrínseco conducente al logro de un aprendizaje significativo (Marín et al., 2017). Por tanto, se coincide con Kilpatrick et al. (1998) de que aprender matemáticas es más que memorizar y ejercitar habilidades, implica una actividad intelectual conducente a un aprendizaje significativo, que integra el dominio de estructuras conceptuales, la diversidad de relaciones, procedimientos y estrategias, que permiten el desarrollo de la creatividad, la intuición y el pensamiento para encontrar diversas soluciones a una situación problemática presentada.

En razón de ello, las operaciones lógico-matemático resultan de una abstracción introspectiva, un conocimiento que el niño construye sobre la experiencia de acciones coordinadas entre movimiento de los sentidos y el cerebro centrado en los objetos y no a partir de ellos; siendo necesario además que dichas acciones se hagan reversibles como la adición y sustracción; y se coordinen en estructuras de conjunto. Es decir, los conocimientos derivan de la acción sobre el objeto, se asimila lo real a las estructuras de transformación, que van de estructuras de acciones elementales a operatorios superiores, organizándolas y representándolas en acto o pensamiento (Piaget, 1991, Seis estudios de psicología). De otro lado, Araya (2004) mencionan que:

> Philip Davis y Reuben Herch, autores del libro "experiencia matemática" mencionan que "la matemática avanzada no sólo procede a través de símbolos abstractos, sino que opera también a través de un sentido del número, un sentido del espacio o un sentido kinestético (de movimiento y posición corporal). Es una combinación entre (…) una matemática analítica y una matemática analógica. Dado que, "una cultura matemática que específicamente degrada los aspectos espaciales, visuales, kinestéticos y no verbales del pensamiento, no utiliza todas las capacidades cerebrales… lo que representa un cierre a uno de los canales de la consciencia y experiencia matemática. (p.23-24)

Tomando en cuenta, que en toda sociedad la matemática cumple un rol fundamental en la formación de sus habitantes; se le considera "parte esencial de la cultura básica que se debe transmitir a la totalidad de los ciudadanos y se contemplan como un conjunto fundamental de herramientas cognitivas para el desarrollo y autonomía intelectual de niños y jóvenes" (Rico, 2000, p.7). Involucra un aprendizaje que se sustenta en el dominio de conceptos y procedimientos para generar ideas, comunicar y justificar dichos conocimientos.

1.2.1 El material concreto y las matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje

Las dificultades en el aprendizaje de matemáticas, principalmente por las deficiencias en la adquisición de conceptos matemáticos desde los primeros grados, conlleva a que esta dificultad continúe a medida que se avanza con estudios posteriores, y siendo estos conceptos matemáticos indispensables y necesarios, por ser el cimiento de la comprensión de nuevos conceptos, más complejos y generalizados; es que se observa y constata en los niños los enormes vacíos de asimilación conceptual, que van ligados al temor y pánico de estudiar matemática, a no desenvolverse competentemente en la vida diaria, y muchas veces ligado al daño de la autoestima o valía como persona. En ese sentido, es valioso considerar que también hay dificultades para enseñar matemáticas, sea por falta de dominio del conocimiento matemático o por una inadecuada metodología de enseñanza.

Por ello, se ha elaborado El Enfoque de los itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), sustentados en tres pilares articulados: la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygostsky; 1978); el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Korthagen, 2010); y la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991); como un aporte a todos los docentes que anhelan mejorar sus prácticas de enseñanza hacia una práctica eficaz y productiva (Alsina, 2020). De tal forma, que para lograr un aprendizaje matemático que no sea memorístico, sino que involucre la comprensión de conocimientos, se brindan cinco recomendaciones entre ellas "garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, de manera que a lo largo de un itinerario se considere la visualización, la manipulación, la simbolización y la abstracción" (Alsina, 2020, p.154).

CAPÍTULO II: DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO

2.1 Sentido numérico

Actualmente, vivimos en un mundo globalizado donde la Educación ha cobrado mayor importancia dada su relación con el crecimiento económico, y la mejora de la sociedad. En razón de ello, la matemática termina siendo un medio elemental para el desarrollo de los grandes desafíos sociales y económicos, con información de utilidad para interpretar, predecir y tomar decisiones, pues la relación ciencia-tecnología-matemática-sociedad, es esencial porque contribuye con el desarrollo de la sociedad (Camero et al., 2016). En ese contexto, es fundamental desarrollar el sentido numérico y la competencia matemática dada su relación con la vida diaria, ya que las matemáticas las encontramos al resolver problemas, elegir, analizar información, evaluar y tomar decisiones; porque "El compromiso de la educación matemática con la ciudadanía demanda establecer la conexión entre las matemáticas, las situaciones sociales, económicas, ambientales y políticas que del mundo debe leer el ciudadano actual" (Alsina, 2019, p.35).

El sentido numérico es el pilar de la comprensión matemática, y de hecho existen varias definiciones, que ayudan a comprender la importancia de desarrollarlo desde los primeros grados, con la finalidad de que el niño construya conocimientos matemáticos, y sentar las bases para la adquisición de nuevos conocimientos en grados posteriores; estar en capacidad de encontrar diversas soluciones a un planteamiento, y no regirse solo por un procedimiento mecánico. En efecto, se concuerda con García (2014) cuando menciona, que desarrollar el sentido numérico en los niños es vital dada la oportunidad de que los conduce a encontrar soluciones de opción múltiple, es decir encontrar diversas soluciones a una problemática; y no centrarse en solo una, como lo conduce la forma mecanizada; pero lo fundamental de desarrollar este sentido numérico, es que los niños sean competentes en diversas situaciones que impliquen usar los números.

En ese sentido, se considera el sentido numérico como la habilidad para comprender lo que es un número, y de qué manera se relaciona con los otros números a través de las operaciones, lo cual permite desarrollar el cálculo mental, y estar en capacidad de resolver problemas complejos a partir de procedimientos más simples. En otras palabras, el sentido numérico se define como:

> La habilidad del niño para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, usar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos mentales, … en diferentes contextos y seleccionando el método más apropiado para cada caso (Almeida et al., 2014, p.10).

De hecho, un concepto más completo lo mencionan McIntosh et al. (1995) al definir que, el sentido numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones, junto con la capacidad y disposición de usar dicha comprensión de manera flexible para realizar juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para manejar números y operaciones. Implica, estar en la capacidad de usar números y métodos cuantitativos como medio para comunicar, procesar e interpretar información; una habilidad que se desarrolla gradualmente e inicia desde antes de la educación formal.

Así mismo, se coincide con El Consejo Nacional de profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM) y el Desarrollo Económico de la Unión Europea (OCDE), quienes mencionan que una enseñanza matemática basada sólo en contenidos, puede redundar en un buen rendimiento matemático escolar; pero ello, no implica desarrollar la capacidad necesaria del sentido numérico para aplicarla a la vida diaria (Alsina, 2012). En ese marco, Zvia Markovits menciona que:

> las matemáticas no son algo mecánico; sino un área en el que se deben tomar decisiones y emitir juicios, … estudiantes preparados para usar el sentido numérico. Por lo tanto, cuando se le asigna una tarea, se espera que un estudiante con sentido numérico tenga en cuenta que: no siempre hay una respuesta, no siempre hay un algoritmo, las matemáticas y la vida real están relacionadas y se esperan decisiones y juicios (Sowder y Schappelle,1989, p.78).

De otro lado, The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989), concluye que el sentido numérico se caracteriza por cinco componentes: "comprender bien el significado de los números, tener desarrolladas relaciones múltiples entre los números, reconocer las magnitudes relativas de números, conocer los efectos relativos de las operaciones con números, y desarrollar referentes para las medidas" (Segovia y Castro, 2009, p.502). Por tal razón, el desarrollo del "buen sentido numérico implica la adquisición de destrezas relacionadas con el cálculo mental, estimación del tamaño relativo de los números y del resultado de operaciones con los números, reconocimiento de las relaciones parte-todo, conceptos de valor posicional y resolución de problemas" (Cardeñoso y Peñas, 2008, p.177-178). Dado que, de acuerdo con Snowder y Schappelle (1989, p.37) "el sentido numérico es una forma de razonamiento y pensamiento en el dominio numérico".

Consecuentemente, se requiere que el niño construya el sentido numérico y encuentre sentido a lo que aprende. En este caso, el docente juega un rol fundamental en la adquisición de conocimientos, siendo que el desempeño docente, la metodología aplicada, las estrategias y el dominio de los mismos, no pueden ser mantenidos al margen (Navarro et al., 2018). Pues, el sentido numérico se desarrolla cuando los estudiantes comprenden el tamaño de los números; piensan sobre ellos y los representan de diferentes maneras; utilizan los números como referentes y desarrollan percepciones acertadas sobre los efectos de las operaciones con números (Sowder, 1992, p.36, como se citó en González et al., 2014, p.110). En resumen, el sentido numérico como eje central de los demás aprendizajes, requiere que el niño comprenda la concepción de número, las relaciones entre ellos y a través de las operaciones, hacer uso de sus propiedades y aplicar métodos de solución apropiados para una situación problemática de la vida diaria y emita juicios razonables.

2.1.1 Relación Pensamiento numérico y sentido numérico

Los resultados de las evaluaciones estandarizadas evidencian, que las dificultades matemáticas de los niños, están referidas a, comprender el concepto de número y su relación con el resto de los números, discriminar cantidades y realizar operaciones; todas ellas necesarias para desarrollar el sentido numérico. Es decir, las dificultades matemáticas devienen de los temas tratados en el campo aritmético, cuya enseñanza se desarrolla desde la etapa preescolar y primeros grados. Al respecto, Orrantia (2006) expresa que:

> Las dificultades que presentan los estudiantes respecto al aprendizaje de las matemáticas, es un tema preocupante por el elevado número de fracaso en conocimientos matemáticos, que evidencian los estudiantes al culminar la educación básica. De hecho, las dificultades se encuentran en la geometría, la probabilidad, la medida, el álgebra o la aritmética; siendo en ésta última la aritmética, que está relacionada con los números y las operaciones básicas, donde se encuentran los mayores obstáculos, dado que sus contenidos son el cimiento para los demás contenidos.

Siendo la finalidad de la enseñanza matemática durante la etapa preescolar y primaria, desarrollar el sentido numérico; que implica comprender el significado de los números, la forma en que se representan con materiales concretos, con símbolos numéricos o la recta numérica; cuáles son las relaciones entre los números, las relaciones entre conceptos e ideas, y el uso pertinente de los números y las operaciones para la resolución de problemas; vale decir, el sentido numérico demanda la competencia de comprender, contar y nombrar los números (Coronado, 2019). Ante ello, es necesario comprender que la educación matemática es mucho más que enseñar números, operaciones matemáticas, habilidades de cálculo, las cuales son parte indispensable de la vida cotidiana, en realidad está relacionada con enseñar a pensar, hacer conexiones entre eventos, razonar, hacer predicciones y resolver problemas (Umay, 2003, como se citó en Çetin y Köse, 2015, p.142). Es decir, para un actuar competente matemáticamente, se requiere desarrollar la habilidad de razonar, pensar matemáticamente, interpretar y tomar decisiones. En vista de ello; primero, se busca comprender el significado de pensamiento, para lo cual, se toma en consideración la descripción de Molina (2006) cuando define:

> Pensamiento como la actividad intelectual (interna) mediante la cual el hombre entiende, comprende, y dota de significado a lo que le rodea; la cual consiste, entre otras acciones, en formar, identificar, examinar, reflexionar y relacionar ideas o conceptos, tomar decisiones y emitir juicios de eficacia; permitiendo encontrar respuestas ante situaciones de resolución de problemas o hallar los medios para alcanzar una meta (p.52).

En tal sentido, relacionando el concepto al campo matemático, y dado que las acciones humanas comprenden procesos de razonamiento y factores de experiencias adquiridas al desarrollar diversas actividades, el pensamiento matemático se refiere a la manera de pensar, comprender los conceptos matemáticos y construir ideas, incluso aquellas que proceden de la vida diaria. Es decir, el pensamiento matemático incluye ejecutar procesos sobre conceptos elementales y avanzados como la abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis (Cantoral et al., 2005).

Autores como Dehaene (1997) y Dantzig (1945) se refieren al pensamiento numérico como el sentido numérico; manifestando que es una habilidad adquirida desde el nacimiento el cual necesita ser fortalecida para facilitar la construcción de nuevos conocimientos matemáticos. Según Cárdenas et al. (2017) definen:

> El pensamiento numérico, como capacidad matemática para interpretar los números, sus símbolos, sus significados y sus relaciones, posibilita la realización de actividades cognitivas (configuración numérica, análisis de fenómenos, cuestiones y problemas que emplean elementos numéricos) que estructuran procesos complejos de pensamiento que le servirán al sujeto para comprender otros aspectos matemáticos (p.31).

De otro lado, el pensamiento numérico, se remite a todo lo que la mente puede hacer con los números, se encuentra presente en todas las acciones que realizan las personas y que tengan relación con números; acciones que pueden desarrollarse en el medio social, escolar y en circunstancias de enseñanza-aprendizaje. A su vez, está íntimamente relacionado con factores que facilitan y potencian su desarrollo: el primer factor, el pensamiento relacional, relativo a cuando las personas conectan ideas para sacar conclusiones, siendo en el caso matemático la construcción de ideas matemáticas complejas a partir de las más simples; el segundo, el pensamiento cuantitativo flexible, referido a la cualidad de pensar sobre situaciones cuantitativas problemáticas de diversas opciones para tomar la decisión más adecuada; y finalmente el tercer factor, el sentido numérico, como la manera particular de pensar sobre los números, no algorítmica, que conduce a una vasta comprensión de su naturaleza y las operaciones numéricas, un sentido numérico que está relacionado con el pensamiento relacional y el pensamiento cuantitativo flexible (Castro, 2008). En suma, el pensamiento numérico es desarrollar la habilidad de pensar matemáticamente; y que, ante un planteamiento problemático, el niño con los conocimientos previos, piense, busque, razone y pruebe diferentes estrategias de solución, y emita juicios razonables, para lo cual es necesario fortalecer el sentido numérico.

2.2 Pensamiento numérico inicial

El cerebro está compuesto por millones de células llamadas neuronas, las cuales crean conexiones y transmiten información como resultado de experiencias o estímulos. Siendo los primeros años de vida del niño, una etapa fundamental para su desarrollo dada la mayor multiplicidad de conexiones que suceden, alrededor de 700 conexiones neuronales por segundo. Por lo que, todas las experiencias vividas buenas o malas activan las conexiones y sientan las bases de todo aprendizaje y desarrollo (Centro de Aprendizaje y Conocimiento en la Primera Infancia [ECLKC], 2013). En efecto, cada pensamiento que recreamos, los cálculos que llevamos a cabo y las construcciones matemáticas abstractas, son el resultado de la activación de diferentes circuitos neuronales especializados que se encuentran en la corteza cerebral (Dehaene, 1997). En virtud de ello, todo estímulo y experiencia debe ser aprovechado para fortalecer las conexiones cerebrales que están relacionadas con el lenguaje, el sentido numérico, la línea numérica mental y los procesos de aproximación matemática que conlleven a la consecución del procesamiento verbal y matemático. Precisamente, para una mejor comprensión de los procesos que comprende el aprendizaje de las matemáticas, existe una capacidad innata en el ser humano llamada sentido numérico, que es diferente a contar (Tokuhama y Rivera, 2013). De hecho, el matemático ruso-norteamericano Tobías Dantzig, destacó esta forma elemental e innata de intuición numérica que posee el cerebro al aseverar que:

> El hombre aún en sus etapas inferiores de desarrollo, posee una facultad la cual, a falta de un mejor nombre, llamaré sentido numérico. Esta facultad le permite reconocer que algo ha cambiado en una colección pequeña cuando, sin su conocimiento directo, un objeto ha sido eliminado o agregado a la colección (Dehaene, 1997, p.5).

Con dicha aseveración, se evidencia un desacuerdo con la teoría de Piaget, respecto a que al nivel prelógico corresponde un periodo prenumérico, donde el conocimiento numérico se da por procesos según la etapa del desarrollo cognitivo del niño. Por lo cual, según Piaget, el concepto de número, resulta de dos tipos de relaciones: el orden y la inclusión jerárquica; así, cuando el niño realiza una acción sobre el objeto y procede con el conteo, necesita establecer una relación de inclusión jerárquica; por ejemplo, que uno se incluye en dos, dos en tres, etc. En razón de ello, esta relación jerárquica es difícil para el niño que está en período preoperacional, porque no son capaces de realizar operaciones mentales; por tanto, un niño de cuatro años no tiene la capacidad lógica de hacerlo (Castro et al., 2002). Sin embargo, Dantzig plantea que todas las personas poseen desde el nacimiento una intuición bien desarrollada sobre los números (Dehaene, 1997). A su vez, (Butterworth, 1999; Dehaene, 1997, como se citó en Fuentes, 2001, p.568), mencionan que al igual que sucede con los colores, las personas humanas nacemos con circuitos cerebrales especializados en la identificación de números pequeños: un módulo numérico que nos permite la comprensión de cantidades y sus interrelaciones, y que servirá de asiento al posterior desarrollo de capacidades matemáticas más complejas. En esa misma línea, Feigenson et al. (2004) según estudios realizados, afirman que en los bebés, adultos y animales, se encuentran presentes dos sistemas básicos distintos de representación numérica, que no surgen a través del aprendizaje individual ni la transmisión cultural; estos sistemas denominados, sistema numérico aproximado, que trata con números mayores a 4; y el sistema numérico exacto, con números menores a 4; están activos en la primera infancia, compenetrados con cierto tipo de información y limitados en su poder representacional, porque ninguno admite concepto de fracciones, raíces cuadradas ni números negativos, dado que la construcción de los números natural, entero, racional y real, dependen de la educación recibida y el entorno cultural. Por tanto, el número es fácil, porque está apoyado por un sistema central de representación acorde con el proceso madurativo de la persona, y a la vez es difícil cuando el número va más allá de los límites de estos dos sistemas. De otro lado, (Rousselle & Noel, 2007, como se citó en Sari y Olkun, 2020, p.229), mencionan la existencia de un tercer sistema del sentido numérico denominado, acceso al sistema de símbolos, que es una función para acceder a la magnitud a través de símbolos o símbolos a través de magnitudes. Además de ello, Sari y Olkun (2020) consideran que, la deficiencia en uno o más de los tres sistemas del sentido numérico; son la razón del fracaso o la dificultad para aprender matemáticas.

Dado que la aritmética es la base de todas las matemáticas; al analizar los procesos matemáticos que se dan, éstas se apoyan sobre dos conceptos: número y función; pudiendo ésta última reducirse a número como resultado de las operaciones ejecutadas; y que el concepto de número yace en las propiedades de la secuencia natural: uno, dos, tres,…; elementos que se suceden unos a otros y guardan relación entre sí. Es entonces, en las propiedades de los números naturales, que se encuentra la esencia para el razonamiento matemático; propiedades que toman la forma de las operaciones básicas y que construyen la aritmética: suma, resta, multiplicación y división (Dantzig, 1945). Según estudios realizados, es vital considerar en el proceso de enseñanza aprendizaje, que la conceptualización del pensamiento inicial numérico, involucra tres aspectos vitales: el sentido numérico, el desarrollo de la línea numérica mental, y el desarrollo de la aproximación (Tokuhama y

Rivera, 2013). Donde, la primera etapa primitiva del sentido numérico sucede en la primera infancia, es no verbal y los niños pequeños, se limitan a la aritmética más elemental; tal es así que, en los bebés, las habilidades de cálculo no son más allá de los números 1, 2, 3, y quizás 4; pero los menores a un año, nunca pueden distinguir cuatro puntos de cinco o seis, sólo tienen conocimiento exacto sobre los primeros números. Además, es cierto, que los niños pequeños tienen mucho por aprender de aritmética y su aprendizaje estará en función de su edad y la educación que reciban; pero desde que nacen, no están desprovisto de las representaciones mentales de los números (Dehaene, 1997).

Luego de esta primera etapa primitiva del sentido numérico, continúa la segunda etapa que se desarrolla a partir de los 3 a 6 años, etapa verbal en la que pueden contar e interiorizar el concepto de número, la representación simbólica y comprende que cada número tiene una sucesión única (Tokuhama y Rivera, 2013). Para ello, existen dos características básicas de la representación numérica. El primero; denominado "efecto de distancia", referido al tiempo que al ser humano le toma para comparar dos números, es decir para mayores distancias de valores numéricos, el tiempo de comparación aumenta, mientras que el tiempo se reduce cuando los números son más cercanos. Por ejemplo, decidir que 9 es más grande que 2, el tiempo de respuesta es rápida, mientras que para decidir entre 5 y 6, el tiempo es un poco mayor. El segundo; llamado "efecto de magnitud", relacionado con el tamaño de los números, donde para igual distancia numeral, es más difícil comparar números grandes que comparar números pequeños. Por ejemplo, decidir si 9 es mayor que 8, toma más tiempo que decidir si 2 es mayor que 1 (Dehaene, 1997).

Según estudios de investigación, entre las causas asociadas al fracaso en el aprendizaje de las matemáticas, corresponde el desacertado desarrollo del sentido numérico. Pero, se trata de considerar como base en el proceso de enseñanza aprendizaje del niño, el correcto funcionamiento cerebral y sus capacidades potenciales, donde el docente pasa a un rol de facilitador de recursos, proveyendo experiencias en un ambiente activo y vivenciado según las capacidades del niño, con contenidos capaces de ser transformados, asimilados, acomodados, y generen un aprendizaje significativo (Sotelo, 2022). En ese contexto, el medio del que se vale el sentido numérico, para fijar la posición de un número al interior del cerebro, es la línea numérica mental, la cual facilita acomodar y codificar los números, y prever la separación entre ellos; es decir, permite vincular los números con la cantidad que representan. Por lo cual, la línea numérica mental es fundamental para la asimilación de los futuros aprendizajes; además de que permite en niños de 0 a 3 años, reconocer la medida de los objetos a través de sus características y concluir si es más grande, más pequeño, más largo o más corto. Así también, en niños de 3 a 6 años los conduce hacia conceptos de unidades de medida que facilitarán desarrollar diversos aprendizajes cuyos conceptos quedarán almacenados en la memoria. De otro lado, como resultado del proceso evolutivo, los niños se encuentran dotados con la habilidad del sistema del número aproximado; el cual, facilita que puedan intuir la cantidad de objetos en un conjunto dado, y al realizar comparaciones de conjuntos con diferentes cantidades de objetos, identifica si en un primer conjunto hay más o menos objetos que en el otro. Por tanto, la línea numérica mental y la habilidad para estimar una cantidad, son herramientas con el que cuenta el sentido numérico para fomentar un buen aprendizaje matemático, lo que debería fortalecerse durante los primeros grados (Tokuhama y Rivera, 2013).

2.3 Contexto del sentido numérico en la escuela

Las características básicas relacionadas con el sentido numérico cubren el uso de múltiples representaciones numéricas, el reconocimiento de los tamaños relativos y absolutos de los números, la selección y uso de puntos de referencia, la separación y recomposición de números, la comprensión de las operaciones realizadas sobre los números, y la flexibilidad de realizar cálculos numéricos y estimaciones mentales correctos (Reys y Yang, 1998). Empero, en la enseñanza de las matemáticas, siempre precedió el "cómo", es decir la técnica, en lugar del "por qué"; pues con reglas establecidas, las cosas siempre se daban por hechas (Dantzig, 1945). En ese contexto, no es extraño que los niños en edad preescolar y los primeros grados, presenten dificultades para interiorizar la comprensión numérica y sus relaciones a través de las operaciones, con la cual les es difícil sentar las bases para el desarrollo del sentido numérico y el pensamiento matemático. Por lo que, es casi una constante que el niño se vea impedido de conceptualizar las relaciones entre procedimientos con las aplicaciones en casos de la vida diaria, a la vez no puede experimentar aprendizajes en entornos fuera de la escuela. (Cantoral et al., 2005). No obstante, según Clark y Shinn (2004), existen habilidades numéricas que permiten reconocer el nivel de desarrollo del sentido numérico: el conteo oral, la identificación del número, la discriminación de cantidad y la identificación del número faltante en una secuencia numérica. De tal manera, que son una guía para la intervención temprana en la adquisición de dichas habilidades numéricas con el andamiaje del docente.

El desarrollo del sentido numérico ha sido destacado en los documentos, Currículum y estándares de evaluación para matemática escolar y Los principios y estándares para matemáticas escolares (NCTM, 1989, 2000); considerando que la capacidad de representación de un proceso, es esencial para apoyar a los estudiantes en la comprensión de conceptos matemáticos y sus relaciones (NCTM, 2000, p.67, como se citó en Yang y Huang, 2004, p.374). En razón de ello, a pesar de la importancia del desarrollo del sentido numérico, hay estudios que evidencian el pobre sentido numérico que poseen los estudiantes de las escuelas; y entre los factores atribuibles se consideran, la falta de atención al sentido numérico que se evidencia en los libros de texto de matemáticas, los cuales están centrados en las reglas algorítmicas del cálculo escrito; y el otro factor no menos importante, es el conocimiento sobre el sentido numérico que tienen los docentes y la importancia que les dan en el proceso de enseñanza aprendizaje. Por lo cual, la falta de sentido numérico en los niños puede ser el resultado de la falta de sentido numérico de sus maestros y el escaso conocimiento sobre el tipo de andamiaje que pueden brindar a sus estudiantes para ayudarles a desarrollar dicha capacidad (Yang et al., 2008). Dado que, una persona con buen sentido numérico verá y analizará un problema matemático de manera global, seleccionando una estrategia adecuada que esté relacionada con la problemática planteada y un nivel de precisión correcto, sin necesidad de acudir a un procedimiento estandarizado. Entonces, enseñar el sentido numérico no significa enseñar habilidades con aplicaciones mecanizadas; por el contrario, requiere un ambiente que provea experiencias significativas, empezando por la manipulación de objetos concretos, la realización de una investigación numérica y diversas situaciones, estimar respuestas y debatir sus resultados; es decir no se centra en las respuestas correctas o las estrategias de solución (Moore, 1994).

CAPÍTULO III: LA CONSTRUCCIÓN DEL SENTIDO NUMÉRICO A TRAVÉS DEL MATERIAL CONCRETO

3.1 Consideraciones que encaminan la construcción del sistema numérico en primeros grados

El eje central del currículum de matemáticas es el desarrollo del sentido numérico, por lo cual, las propuestas matemáticas desde la etapa infantil y primaria están basadas en el número, por ser el cimiento para la construcción de conocimientos numéricos posteriores; de tal forma que cuando el niño culmine, debe haber logrado una profunda comprensión de los números, su representación con objetos y numerales, la forma como se relacionan, sus estructuras y propiedades dentro del sistema numérico, y la forma de usar los números y operaciones en diversas situaciones problemáticas; para lo cual, la representación numérica con materiales concretos debería ser una parte importante de la enseñanza matemática en las escuelas hasta el nivel primaria (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). De manera que, la interiorización de la concepción numérica en los primeros grados, deben facilitar que comprendan: los principales cuantificadores (muchos, pocos, algunos, etc.), el sentido de número y los primeros números naturales, sus relaciones y comparaciones con diferentes criterios; así como sus diversas representaciones y el desarrollo de las operaciones de manera flexible (Alsina 2016). Además de ello, la NCTM (2000) menciona, que los principios y estándares para las matemáticas, son una guía para quienes lideran y toman decisiones respecto a la educación matemática, impartida en niños desde el preescolar hasta la secundaria; brindando recomendaciones acerca del aprendizaje de conceptos y procesos matemáticos vitales para su comprensión. Dado que conforme trabajen con los números desarrollarán gradualmente la flexibilidad numérica y consecuentemente el sentido numérico. En razón de ello, los estudiantes necesitan una educación matemática de calidad, que les ayude a un actuar competente en un mundo de constante cambio. Por lo cual, para el caso de los primeros grados, se exponen estándares de contenido y expectativas de aprendizaje para el bloque que va desde el pre-kinder hasta el Grado 2 (Pre-K-2) que comprender hasta una edad entre 7 a 8 años.

Tabla 1: Estándares de contenido y expectativas de aprendizaje para niños de Pre-K-2

Estándares de contenido	Expectativas de aprendizaje
Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre los números y los conjuntos numéricos	Contar con comprensión y reconocer "cuántos hay" en conjuntos de objetos. Usar diversos modelos para desarrollar la comprensión inicial del valor posicional y el sistema numérico base diez. Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales y de los números ordinales y cardinal y sus conexiones. Desarrollar un sentido de los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números. Conectar palabras numéricas y los números con las cantidades que representan, usando diversos modelos físicos y representaciones. Comprender y representar las fracciones más usadas, como 1/4, 1/3, y 1/2.
Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unos con otros	Comprender varios significados de suma y resta de números enteros y la relación entre las dos operaciones. Comprender los efectos de sumar y restar números naturales. Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, como agrupaciones iguales de objetos y la de repartir por igual.
Calcular fluidamente y hacer estimaciones razonables	Desarrollar y usar estrategias de cálculo con números naturales, con énfasis en la suma y resta. Desarrollar fluidez con combinaciones de números naturales para la suma y resta. Usar diversos métodos y herramientas de cálculo, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, papel y lápiz, y calculadoras.

Fuente: NCTM (2000, p.78)

En virtud de ello, se busca que el niño desarrolle el sentido numérico para que llegue a ser competente matemáticamente ante diversas situaciones de la vida diaria, que pueda pensar, analizar, evaluar y tomar decisiones. Competencia, que según Cardoso y Cerecedo (2008) cuenta con dos características importantes; el primero, sentirse a gusto con los números y estar en capacidad de usar las habilidades matemáticas en situaciones de la vida diaria, y el segundo, ser capaz de advertir y comprender información matemática para poder comunicarla. Consecuentemente, Chamorro (2003) determina que la competencia matemática está relacionada con <ser capaz de hacer…>, con saber cuándo, cómo y por qué utilizar determinados conocimientos. Además de que la competencia matemática, caracterizada por cinco dimensiones integradas: 1) Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas, referida a establecer un enlace entre conceptos y procedimientos matemáticos, 2) Desarrollo de destrezas procedimentales, que admite realizar procesos de construcción, 3) Pensamiento estratégico: formular, representar y resolver problemas, es la capacidad de construir una representación mental de los elementos de una situación problemática, relacionarlos y resolver 4) Capacidades de comunicación y argumentación matemática, involucra el uso de conocimientos y procesos matemáticos para comunicar y explicar los procedimientos realizados, y 5) Actitudes positivas hacia las situaciones matemáticas y a sus propias capacidades matemáticas.

De otro lado, dado que la matemática es abstracta, su comprensión requiere en principio que los niños de los primeros grados interioricen el pensamiento lógico, lo que les permitirá sentar las bases del razonamiento para construir el conocimiento matemático. A modo ilustrativo, para que un niño aprenda a contar será necesario que comprenda tres principios lógicos: el primero, comprender la naturaleza ordinal de los números cuya disposición de magnitud es ascendente; el segundo, la comprensión del conteo, centrado en que se realiza una vez indistintamente del orden; y tercero, asimilar que el último número representa la totalidad de elementos de la colección. Por tanto, es importante en los niños de los primeros grados, desarrollar tres operaciones lógicas matemáticas indispensables que facilitarán dicho pensamiento lógico:1) la clasificación, relativo a la reunión por semejanzas y separación por diferencias de objetos con base a un criterio, el cual se va complejizando cuando un mismo universo de objetos se clasifica de diferentes maneras; es decir la clasificación es una herramienta que favorece el análisis de las características de los objetos, establece conexiones con otros objetos parecidos y determina las semejanzas y diferencias. Su asimilación implica la construcción de dos relaciones lógicas: el primero, la pertenencia que es la relación entre cada elemento y la clase de la que forma parte; y el segundo, la inclusión como la relación entre cada subclase y la clase de la que forma parte, facilitando determinar la clase que es mayor, por lo cual tiene más elementos que la subclase; 2) la seriación, que alude a establecer un enlace entre elementos que son diferentes en alguna característica y ordena esas diferencias, sea en orden creciente o decreciente; su asimilación implica la construcción de dos relaciones lógicas: primero, la transitividad que es la relación entre un elemento de una serie y el siguiente y éste con el posterior para identificar así la relación entre el primero y el último; y el segundo, la reciprocidad referida a que cada elemento de una serie guarda una relación con el elemento inmediato, por lo que al invertir dicha comparación, la relación también se invierte; y 3) la correspondencia término a término, que establece un vínculo de uno a uno entre los elementos de dos o más conjuntos para compararlos cuantitativamente (Cardoso y Cerecedo, 2008).

3.2 Aportes teóricos sobre el aprendizaje

Construir el sentido numérico en los primeros grados por medio del material concreto, involucra interiorizar conceptos matemáticos a través de la acción; permitiendo que los niños desarrollen la capacidad de explorar, hacerse preguntas, descubrir conceptos, y buscar diversas estrategias de resolución a una problemática; es decir, la finalidad es que a través de la comprensión de conceptos numéricos puedan realizar operaciones y explicar el proceso que los lleva a una solución (Zapatera, 2020). En ese sentido, "una operación es un tipo de acción: puede ejecutarse bastante directamente mediante la manipulación de objetos, o bien internamente, como cuando se manipulan los símbolos que representan cosas y relaciones en la mente propia" (Bruner, 1963, p.54). Del mismo modo:

> Los conceptos no se copian, se construyen en interacción con el medio, que todos los individuos no usan las mismas estrategias para aprender, que los errores no se corrigen simplemente porque el maestro los señale, que la repetición no lleva necesariamente a la comprensión, que los conceptos matemáticos no son independientes los unos de los otros, y que se encuentran formando campos conceptuales, etc.(Chamorro, 2003, p.70).

Al respecto, es valioso considerar los aportes de autores expertos en educación como Lev Vigotsky, Jerome Bruner y Zoltan Dienes, que conciben la construcción del aprendizaje del niño de manera activa y centrado en su desarrollo integral.

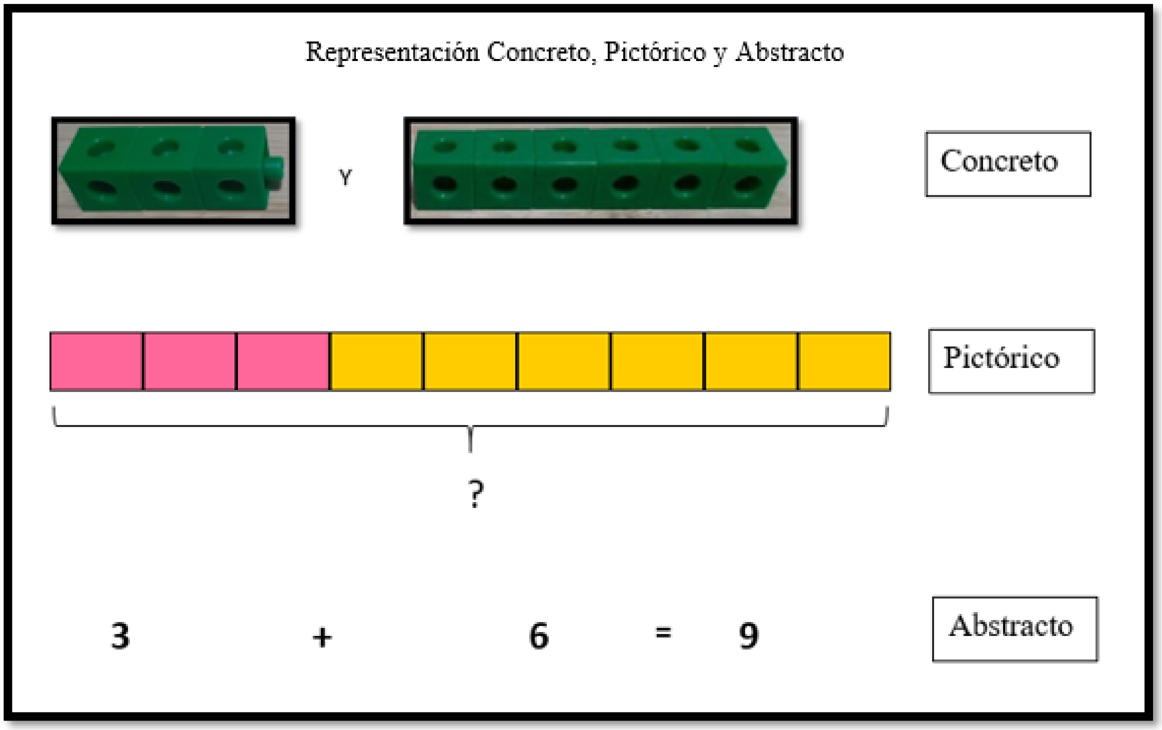
Lev Vigotsky

Psicólogo ruso, brindó importantes aportes en el campo educativo, citando que el desarrollo cognitivo está orientado por los procesos socioculturales. Era contrario a concebir el aprendizaje como un almacenamiento de reflejos y respuestas ante diversos estímulos; por el contrario, destaca la participación activa del niño con su entorno. Sostuvo la existencia de dos líneas de desarrollo que explican los procesos mentales o procesos psicológicos: 1) la línea cultural de desarrollo, que permite la constitución de los procesos psicológicos superiores, y 2) la línea natural de desarrollo, que son formas primarias de memorización, actividad senso-perceptiva, etcétera. Es decir, los procesos psicológicos superiores, son el resultado de la "línea cultural de desarrollo" y se inician en la interacción social, con la participación de las personas en actividades compartidas; por lo tanto, el desarrollo es un proceso culturalmente organizado, donde lo cognitivo está determinado por la acción educativa en sentido amplio; a la vez que, la interiorización de los procesos psicológicos superiores está relacionada con el desarrollo cognitivo y la personalidad, e involucra el desarrollo del pensamiento, la capacidad de argumentación, desarrollo de los afectos y de la voluntad; enfatizando que toda operación psicológica se desarrolla primero a nivel inter-subjetivo, entre los demás; y luego a nivel intra-subjetivo, transición de afuera hacia adentro, por lo que se prioriza lo social sobre lo natural. Por tanto, el proceso de desarrollo involucra la apropiación de objetos, saberes, normas e instrumentos culturales en contextos establecidos, e implica recomponer el desempeño psicológico y no el acopio de hábitos. De otro lado, consideró que una persona más experta debería ayudar al niño en su proceso de aprendizaje hasta que pueda dominarlo e interiorizarlo y ser autónomo; definiendo así la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), como aquella distancia entre lo que el niño es capaz de hacer y su nivel de desarrollo potencial. Para lo cual, considera que la enseñanza debería liderar los procesos de desarrollo, y llevarse a cabo sobre aquellos logros del desarrollo por alcanzar. En ese sentido, el andamiaje es relativo al tipo de ayuda que brinda el experto al aprendiz, una actividad colaborativa en la que inicialmente el experto desarrolla mayor monitoreo al proceso de aprendizaje del aprendiz para gradualmente dejarlo actuar con autonomía; debiéndose tomar en cuenta dos características: a) ajustable, apoyo según el nivel de competencia y progreso del aprendiz; y b) temporal, hasta que avance en su aprendizaje y logre autonomía (Baquero, 1997).

Jerome Bruner

Psicólogo y pedagogo estadounidense, desarrolló la *teoría del aprendizaje por descubrimiento*, en la que detalla el proceso del aprendizaje, las formas de representación, y la gradualidad de conceptos en la enseñanza conforme a las posibilidades del desarrollo del niño, que hace referencia a su idea de "*curriculum en espiral*". Considera que el desarrollo es un proceso socialmente mediado, asistido y guiado, en el que la educación tiene un rol crucial; pues el niño construye conocimientos a través del andamiaje que brinda el adulto, y mediante ese apoyo se integra a la sociedad; un proceso de desarrollo cognitivo que va de fuera hacia adentro (de la cultura, de los otros, hacia el individuo, hacia el yo). Para el autor, el desarrollo cognitivo requiere dominar técnicas o destrezas que la cultura transmite con eficiencia; por lo cual, las personas construyen modelos de la realidad a través de tres sistemas de procesamiento de información que se almacenan y codifican en la memoria: a)

Representación enactiva o concreta, es el modo de simbolizar acontecimientos o cosas a través de respuestas motoras adecuadas sobre esas cosas, b) *Representación icónica o pictográfica*, se codifica los acontecimientos a través de la percepción particular del niño sobre el objeto o cosa y se representa en imágenes, y c) *Representación simbólica o abstracta*, es la utilización de formas simbólicas para representar acontecimientos y objetos de manera abstracta.



Fuente: Elaboración propia, 2022.

En ese contexto, el contenido a ser aprendido, debe estar estructurado para ser ampliado en profundidad a medida de las posibilidades de desarrollo y aprendizaje del niño, consecuentemente el curriculum debe ser reiterativo, no lineal sino en espiral; es decir, a medida que el niño avanza de grado, se retoman los conceptos básicos pero se van profundizando; con la finalidad de que el niño alcance el desarrollo óptimo de sus posibilidades (Bruner, 2018). Puesto que, la finalidad de todo aprendizaje es su utilidad en acciones futuras, existiendo dos modos para lograrlo; primero a través del desarrollo de tareas similares a las previamente aprendidas, y segundo, a través de la transferencia de principios y actitudes, vale decir, no es aprender una habilidad, sino una idea o concepto general, que sirva de base para reconocer subsiguientes dificultades con esquemas de la idea original que se domina, precisándose tener un conocimiento de la materia tratada. Bajo ese concepto, se sugieren cuatro razones a tener en cuenta para enseñar la estructura nuclear de una materia: primero, la comprensión de los fundamentos hace una materia más comprensible; segundo, la memoria humana como representaciones de tipo regenerativo, dado que permite reconstruir información selectiva cuando se requiere; tercero, la comprensión de los principios e ideas fundamentales, y cuarto, volver a examinar el material enseñado se ponderan las diferencias entre un conocimiento superior y el elemental (Bruner, 1963).

Zoltan Dienes

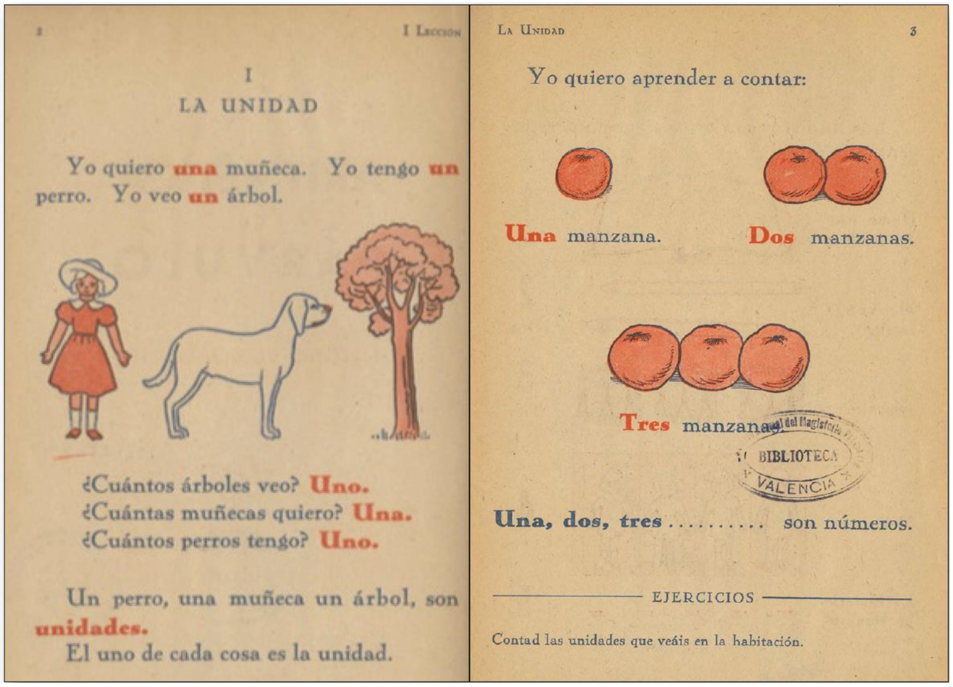
Psicólogo nacido en Hungría considera al igual que J. Bruner, que el aprendizaje se inicia con la manipulación de material concreto, el cual facilita avanzar hacia una representación pictórica para finalmente lograr la representación abstracta. Sostuvo que la etapa de aprendizaje de los niños se realiza a través de patrones cíclicos, donde cada ciclo estaba compuesto por actividades que van desde una presentación concreta hacia una simbólica; así mismo, el aprendizaje de los conceptos matemáticos sucede a través de seis etapas; 1) el juego libre, es el inicio del aprendizaje, sus actividades implican la manipulación de materiales concretos para descubrir sus características principales y familiarizarse con las representaciones físicas abstractas de los conceptos que aprenderán; 2) referida a los juegos según reglas, lo que facilita la comprensión de que algunos eventos son posibles y otros no, y facilita las estructuras matemáticas del concepto; 3) búsqueda y descubrimiento de relaciones comunes en las representaciones, descubrir la estructura matemática común en las representaciones de ese concepto; 4) la representación, el niño es consciente de la abstracción y le permite hablar de ello, por lo que es necesario que desarrolle una representación única del concepto que incorpore elementos comunes; 5) la simbolización, relacionado a la representación del concepto a través de un sistema de símbolos verbal y matemático; y 6) la formalización, es un sistema formal, que incide en la descripción de las propiedades del sistema creado (Gningue, 2016). Consecuentemente, los materiales manipulativos (bien diseñados y que materialicen una idea abstracta) ayudan a los alumnos a progresar de lo concreto a lo abstracto. Según Dienes <los niños cuyo aprendizaje está basado en experiencias manipulativas serán más capaces de dar el salto entre el mundo en que viven y el mundo abstracto de las matemáticas> (Burgués, 2014, p.106).

3.3 La construcción del número

El estándar de números en los primeros grados, se centra en la comprensión y el uso adecuado de los números y las operaciones elementales de suma y resta; por lo que para facilitar su aprendizaje es importante el uso de diferentes recursos como el material concreto; de tal forma que los niños puedan reconocer, agrupar, relacionar y operar cantidades haciendo uso de diversas estrategias de cálculo mental; siendo la representación numérica de vital importancia por ser más que una notación habitual, y para favorecerlo es imperativo propiciar el uso de diversas representaciones como las concretas, pictóricas y simbólicas (Alsina, 2016). Pero, la idea de número no es tan simple como se piensa, generalmente se considera que la recitación numérica es suficiente; por el contrario, al ser una construcción compleja, los niños necesitan de apoyo para construirla lenta y progresivamente, y su comprensión requiere la superación de numerosas trampas perceptivas (Chamorro, 2005). Así como, tener en cuenta las diferentes maneras de representar un número usando materiales concretos y que difiere de la notación convencional (NCTM, 2000). Dado que el número es un componente fundamental en el mundo de los niños, conforme avance el grado de desarrollo de dicha habilidad numérica, tendrá un impacto en el desarrollo matemático posterior; pues, el conocimiento numérico logrado, está relacionado con su comprensión y el dominio del conteo de un conjunto de objetos, una acción que involucra pensamiento, percepción y movimiento; en ese sentido, el conteo idóneo, requiere del conocimiento y dominio de un sistema simbólico con el cual señalar y designar el número (Kilpatrick et al., 2001).

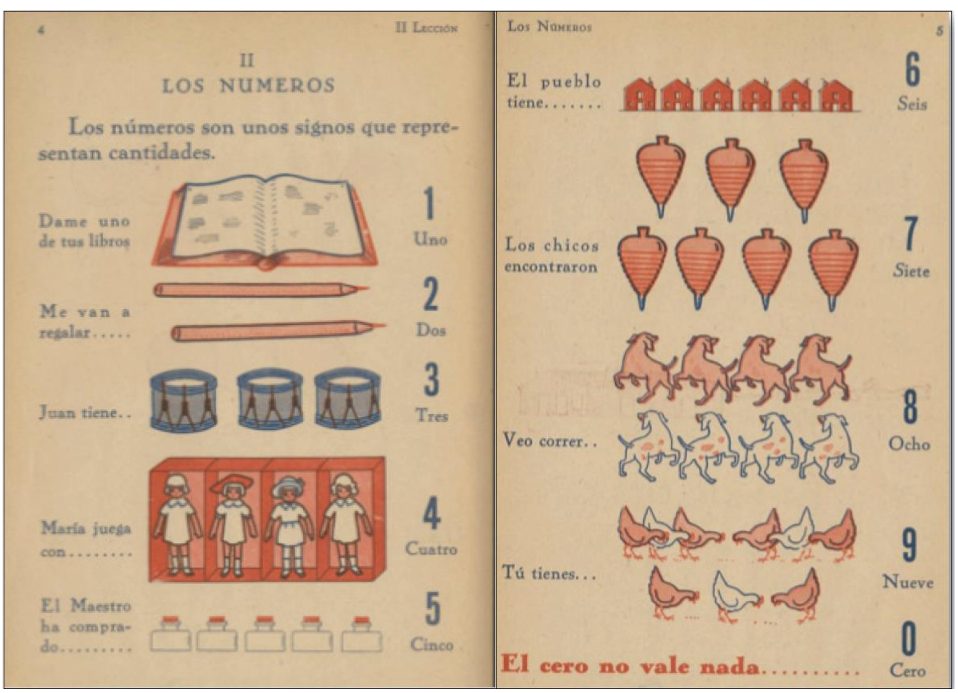
Según Rodríguez et al. (2020), una de las principales dificultades de los niños de primeros grados en su aprendizaje de números naturales, es la priorización del número cardinal en detrimento del número ordinal; lo cual, genera deficiencias conceptuales y conlleva a un aprendizaje mecanizado y memorístico de la secuencia numérica y algoritmos como la suma. En función de ello, sostiene la existencia de una diferencia con la enseñanza del número hasta los años setenta del siglo XX, que enfatizaba la construcción de los números naturales como cardinales y ordinales, incluyendo el cero referido a <no tener o valer nada>; explicitando como modelo, el aporte del libro *Aritmética del Párvulo* (1940), (basada en la obra de Condorcet (1854) *Maneras de aprender a contar*, seleccionada como obra elemental para la instrucción pública en un concurso público en Francia); en el cual, se aprecian cuatro lecciones diferenciadas y secuenciadas sobre la construcción y comprensión del número:

(1) La presentación de “la unidad” empezando por el número uno y la secuencia numérica; asi también, el sentido ordinal y cardinal numérico como signos que representan cantidades.



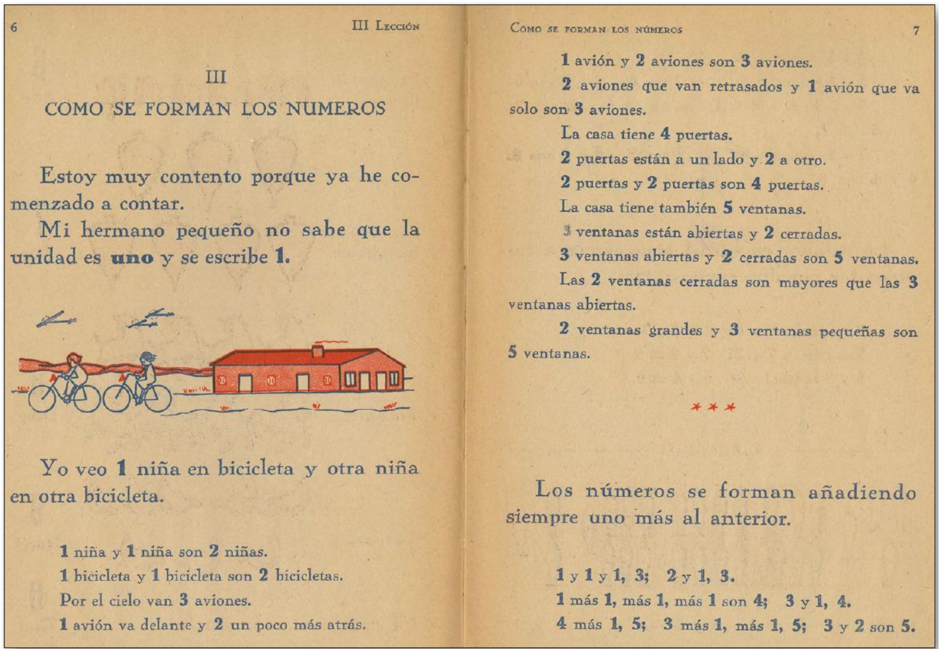
Fuente: Rodríguez et al., 2020, p.59

(2) La introducción a la cardinalidad de los números del uno al nueve, es decir la cuantificación que representa cada número, dejando para último el aprendizaje del cero que no representa un valor.



Fuente: Rodríguez et al., 2020, p.59

(3) Presentación del sentido ordinal de los números, cuya construcción partiendo del uno, implica agregar un elemento para obtener el siguiente.



6 III Lección

III

COMO SE FORMAN LOS NUMEROS

Estoy muy contento porque ya he comenzado a contar.

Mi hermano pequeño no sabe que la unidad es **uno** y se escribe **1.**

Yo veo **1** niña en bicicleta y otra niña en otra bicicleta.

1 niña y **1** niña son **2** niñas.
1 bicicleta y **1** bicicleta son **2** bicicletas.
Por el cielo van **3** aviones.
1 avión va delante y **2** un poco más atrás.

Como se forman los números 7

1 avión y **2** aviones son **3** aviones.
2 aviones que van retrasados y **1** avión que va solo son **3** aviones.
La casa tiene **4** puertas.
2 puertas están a un lado y **2** a otro.
2 puertas y **2** puertas son **4** puertas.
La casa tiene también **5** ventanas.
3 ventanas están abiertas y **2** cerradas.
3 ventanas abiertas y **2** cerradas son **5** ventanas.
Las **2** ventanas cerradas son mayores que las **3** ventanas abiertas.
2 ventanas grandes y **3** ventanas pequeñas son **5** ventanas.

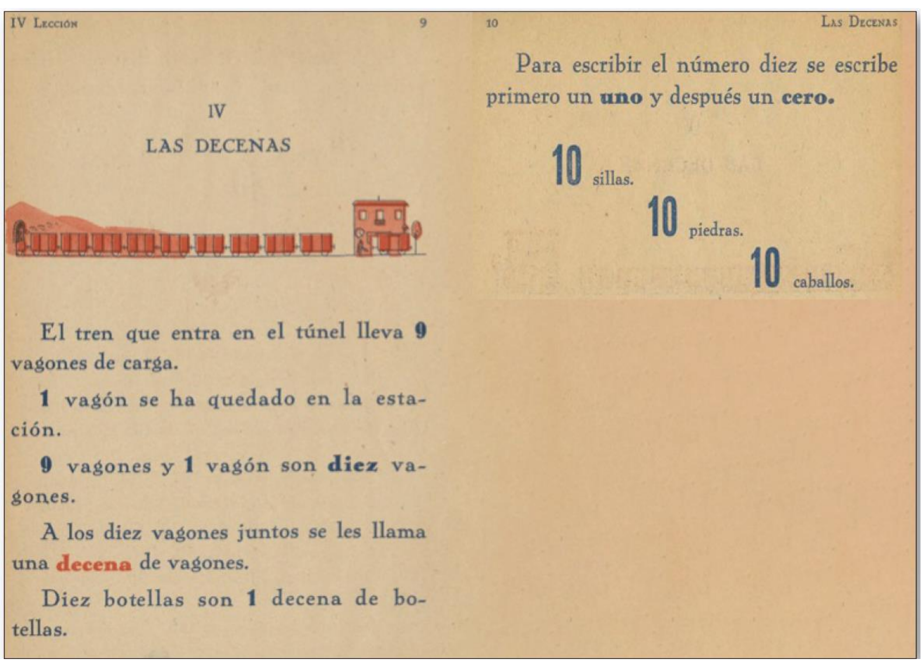
* * *

Los números se forman añadiendo siempre uno más al anterior.

1 y **1** y **1**, **3**; **2** y **1**, **3**.
1 más **1**, más **1**, más **1** son **4**; **3** y **1**, **4**.
4 más **1**, **5**; **3** más **1**, más **1**, **5**; **3** y **2** son **5**.

Fuente: Rodríguez et al., 2020, p.60

(4) La presentación del concepto decena a partir del diez.



IV Lección 9

IV

LAS DECENAS

El tren que entra en el túnel lleva **9** vagones de carga.

1 vagón se ha quedado en la estación.

9 vagones y **1** vagón son **diez** vagones.

A los diez vagones juntos se les llama una **decena** de vagones.

Diez botellas son **1** decena de botellas.

10 Las Decenas

Para escribir el número diez se escribe primero un **uno** y después un **cero.**

10 sillas.

10 piedras.

10 caballos.

Fuente: Rodríguez et al., 2020, p.60

Conforme a la presentación de las imágenes secuenciadas, se enfatiza en principio el significado de la unidad, facilitando con ejemplos de su entorno que el niño comprenda que una unidad puede ser cualquier cosa; el significado de cardinalidad, el niño interioriza que el número representa la cantidad de objetos de una colección que pueden ser clasificados por una característica específica, y que para construir una serie numérica partiendo de uno, el siguiente número se obtiene al sumarle uno al anterior y así suscesivamente; finalmente la construcción de las decenas, se parte de la combinación numérica que implica una decena, una acción que indirectamente los va introduciendo a la suma.

De otro lado, existe un consenso general respecto al progreso del aprendizaje de las combinaciones numéricas básicas a través de tres fases: a) Fase 1: Estrategias de conteo - uso de objetos o conteo verbal para determinar las respuestas, b) Fase 2: Estrategias de razonamiento - usar hechos y relaciones conocidas para deducir la respuesta de una combinación desconocida, c) Fase 3: Recuperación - producción eficiente de respuestas a partir de una red de memoria (Kilpatrick et al., 2001; Rathmell, 1978; Steinberg, 1985, como se citó en Baroody y Rosu, 2006, p.3). Por lo que, en razón del significado de sentido numérico, que involucra conocimiento del número, sus relaciones y operaciones, estrategias de solución y cálculo mental; su dominio progresivo requiere partir del desarrollo del pensamiento lógico y la construcción del conocimiento interrelacionado. Para este fin, Baroody y Rosu (2006) consideran que desarrollar las fases 1 y 2 son indispensables para construir el conocimiento y conseguir el dominio con fluidez. Así mismo, Alsina (2016) cita que, fortalecer la comprensión del número, debería involucrar el desarrollo de tres aspectos: 1) Reconocer la cantidad de objetos de una colección (el cardinal), para ello se necesita dominar el conteo de un número de objetos de un conjunto, que involucra conocer el nombre del número (representación verbal) y relacionarlos en el orden correcto según la serie numérica; es decir, cada objeto posee un único número, el cardinal del conjunto no depende de criterios tipo perceptivo, realizar la comprobación de los objetos contados para evitar duplicidad, conocimiento de lo que implica inclusión, y que indistintamente del orden en que cuenten los objetos, el total es el mismo, 2) La recta numérica (el ordinal), conocimiento del orden numérico (primero, segundo, etc.) para identificar la posición que ocupa cada objeto en un conjunto, y 3) Comparar cantidades por criterios cuantitativos, es propiciar que se desarrollen acciones como clasificar, ordenar, asociar o seriar cantidades por criterios cuantitativos, haciendo uso de cuantificadores “más… que”, “menos… que”, “tanto… como”, o “igual… que”.

En ese marco, lo fundamental de desarrollar la comprensión del sistema de numeración base diez, radica en ser el cimiento sobre el cual se construirán los demás contenidos matemáticos para su uso posterior en la vida diaria; por tanto, reconocer el valor posicional del número respecto a las unidades, las decenas, las centenas, etc., son conceptos importantes que los alumnos utilizarán siempre (Price, 2001). De otro lado, diversos estudios evidencian que los niños tienen dificultades para comprender el valor posicional del número. Ante ello, es valioso destacar que las "ideas fundamentales como valor posicional, … debe tener un lugar destacado en el currículo matemático porque permite a los estudiantes comprender otras ideas matemáticas y conectar ideas a través de diferentes áreas de las matemáticas" (NCTM, 2000, p.15). Así, el conocimiento del valor posicional, es fundamental para la construcción del sistema de numeración decimal, debiendo ser impartida desde los primeros grados; dado que su dominio permite a los niños adquirir y desarrollar un conocimiento integral del número, dado que facilita relacionarlo con otras nociones matemáticas, como realizar agrupaciones de números en unidades, decenas, centenas y otras considerando el lugar que ocupa la cifra (Salazar y Vivas, 2013).

3.3.1. Las operaciones aritméticas de adición y sustracción

En niños de los primeros grados, las operaciones aritméticas básicas a desarrollar son las correspondientes a la suma y la resta, siendo necesario que las situaciones problemáticas planteadas sean de contextos reales y puedan ser modeladas con materiales concretos (Alsina, 2016). En ese sentido, los números son el centro de dicho aprendizaje aritmético; por lo cual "se necesita que el niño haya adquirido el sentido cardinal del número, para que pueda utilizarlo en situaciones de adición y sustracción" (Chamorro, 2005, p.228). De otro lado, los planteamientos problemáticos pueden ser presentados de diversas formas, pero su clasificación central se encuentra referida a los tipos de acción o relaciones que se exponen; de modo que cada uno tendrá un esquema de solución; así, para los problemas de adición/sustracción existen cuatro tipos de identificación: unión, separación, parte-todo-todo y comparación, donde los dos primeros aluden a la acción de unión y retiro, el tercero a una relación entre un conjunto y subconjuntos, y el último a una comparación de conjuntos (García, 2012).

Para ello, Alsina (2016) considera que la enseñanza de las operaciones aritméticas contemplan tres aspectos: 1) *Aspecto comprensivo*: es preciso que los niños comprendan que operar es transformar cantidades; que si se agrega o retira una cantidad a una cantidad inicial, entonces la cantidad final será diferente a la inicial; 2) *Aspecto funcional*: en simultáneo debe descubrir la utilidad de las operaciones airtméticas, comprendiendo el momento en que se debe añadir o quitar una cantidad, y 3) *Aspecto técnico*: relativo al conocimiento de los algoritmos para ejecutarlas de manera escrita según la necesidad de sumar, restar, etc.

3.4 Estrategias matemáticas con material concreto

Los materiales concretos como alternativa para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos numéricos, han desempeñado un rol fundamental en el campo educativo y con el pasar del tiempo se han ido elaborando diversos materiales según los contenidos matemáticos. En atención a ello, y considerando el aprendizaje matemático en los primeros grados, se describen tres materiales referidos al contenido numérico y operaciones aritméticas.

El ábaco:

Es un instrumento de cálculo con diversas representaciones, caracterizado por ser un cuadro de madera, formado por cuentas de madera, metal o piedras ensartadas en varias barras de madera o metal, fijadas en una base. Las representaciones son utilizadas según el criterio del valor posicional para las unidades, las decenas, las centenas, las unidades de millar y otros, considerando que cada uno de ellos no utiliza cifras, sino que se encuentran a medida que se ejecuta el conteo de las cuentas (Salazar y Vivas, 2013).

Por ejemplo:

Suma con Ábaco

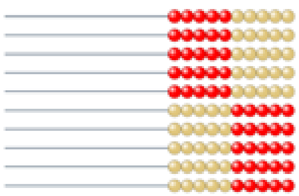
14 + 19 = ?

Paso 1: Valor posicional de los números

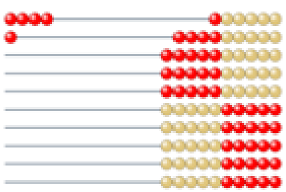
	D	U
	1	4
+	1	9

Paso 2: Representación del primer número **14**

- El ábaco inicialmente tiene todas las cuentas ubicadas al lado derecho.

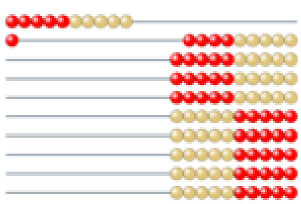


- Nos ubicamos en la primera fila de las unidades y colocamos a la izquierda las 4 cuentas, que representan las 4 unidades.
- Luego, en la segunda fila de las decenas y colocamos a la izquierda 1 cuenta, que representa a 1 decena, quedando así representado el número 14.



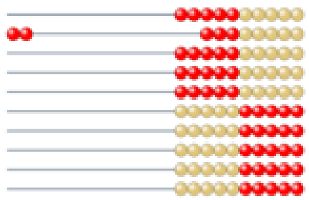
Paso 3: Sumar el segundo número **19**

- Nuevamente nos ubicamos en la primera fila de las unidades donde se tenían las 4 cuentas a la izquierda, y se van agregando las 9 cuentas que representan las 9 unidades; pero a medida que se agregan 1, 2, …, 5, 6, cuentas a la izquierda, se observa que sólo se han agregado 6 cuentas y ya no quedan más cuentas a la derecha para completar los 9.

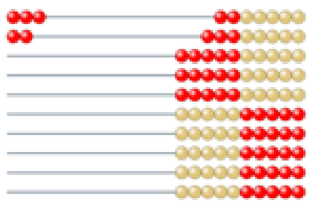


Fuente: Elaboración propia, 2022.

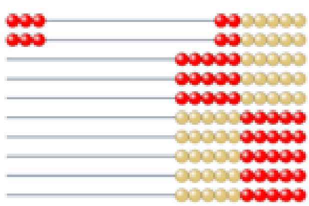
- También observamos que, en la izquierda de la primera fila de unidades, hay en total 10 cuentas, que representan 10 unidades; el cual se puede canjear por una decena; por tanto, en la segunda fila de las decenas agregamos 1 cuenta que representa 1 decena.



- Luego, regresamos a la primera fila de las unidades y terminamos de agregar a la izquierda las unidades que faltaban para llegar a 9, se continúa contando 7, 8 y 9 es decir se colocan a la izquierda 3 cuentas, que representan las 3 unidades que faltaban para llegar a 9.



- Ahora, nos ubicamos en la segunda fila de la decena porque falta 1 cuenta que representa 1 decena, para ello agrego una cuenta a la izquierda, con lo cual se habrá realizado la operación de la suma solicitada.



<u>**Paso 4**</u>: Finalmente, quedan 3 unidades y 3 decenas.

	D	U
	1	4
+	1	9
	3	3

Entonces:

14 + 19 = 33

Fuente: Elaboración propia, 2022.

Las regletas de Cuisenaire:

Material utilizado para la enseñanza del sistema de numeración, también son llamadas "números en color"; el material está conformado por regletas de forma rectangular de diferentes dimensiones que van entre 1 y 10 cm., y cada una equivale a un número determinado. Consta de un juego de 241 regletas de colores: 10 regletas naranjas, 11 azules, 12 cafés, 14 negras, 16 verde oscuro, 20 amarillas, 25 rosadas, 33 verde claro, 50 rojas y 50 blancas. Contiene las siguientes características: Las regletas naranjas (10 cm. de longitud) representa al número 10, las reglestas azules (9 cm. de longitud) representa al número 9, las regletas cafés (8 cm. de longitud) representa al número 8, las regletas negras (7 cm. de longitud) representa al número 7, las regletas verde oscuro (6 cm. de longitud) representa al número 6, las regletas amarillas (5 cm. de longitud) representa al número 5, las regletas rosadas (4 cm. de longitud) representa al número 4, las regletas verde claro (3 cm. de longitud) representa al número 3, las regletas rojas (2 cm. de longitud) representa al número 2, y las regletas blancas (1 cm. de longitud) representa al número 1 (Salazar y Vivas, 2013). Consecuentemente, las regletas permiten construir los números naturales, comprender la secuencia numérica del 1 al 10 y asimilar que un número es igual al anterior más 1, ordenar números y realizar comparaciones con cuantificadores "mayor que" "menor que", la composición y descomposición de los números, las cuales facilitarán el desarrollo de las operaciones aritméticas.

Por ejemplo:

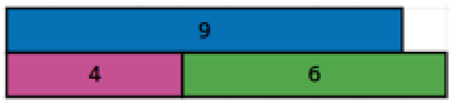
<u>Regletas de Cuisenaire</u>

Descomposición de números: ¿De cuántas formas se puede descomponer el número 9 utilizando las regletas?

Regleta azul: 9

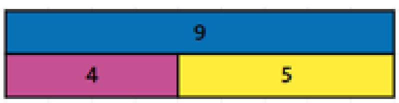
<u>Paso 1</u>:

Si se juntan las regletas rosado y verde oscuro, se observa que el tamaño total es mayor al tamaño de la regleta azul; por tanto, 4 más 6 no es 9, entonces se debe encontrar otra regleta para que ambas coincidan con el tamaño de la regleta azul.



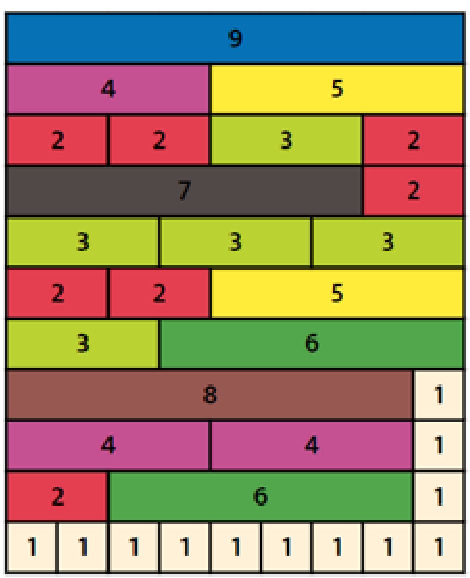
<u>Paso 2</u>:

Juntando las regletas rosado y amarillo el tamaño de ambas coincide con el tamaño de la regleta azul; por tanto 4 más 5 es igual a 9.



<u>Paso 3</u>:

Haciendo uso de otras regletas veamos otras formas de combinación que coincidan con el mismo tamaño de la regleta azul 9.



Fuente: Elaboración propia, 2022.

Los bloques de Dienes:

Llamado también bloques de base diez, está compuesto por una cantidad de cubos, barras, placas y bloques de madera u otro material, que dependiendo de su estructura representa un número en base 10. En este material, los cubos que miden 1 cm por lado representan las unidades, las barras constituida por 10 unidades representan a las decenas, las placas constituidas por 10 unidades cada lado representan a las centenas, y los bloque formado por 10 placas, son las unidades de mil o millares; cada una de ellas está compuesta por ranuras de 1 cm., lo que permite identificar su composición en unidades (Salazar y Vivas, 2013).

Por ejemplo:

<u>Bloques de base 10</u>

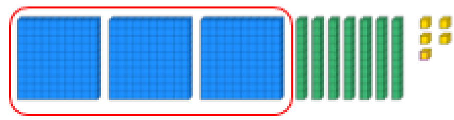
Comparación: ¿En cuál de los carteles la cifra 3 tiene mayor valor?

Centenas	Decenas	Unidades
3	7	5

Centenas	Decenas	Unidades
2	3	9

<u>Paso 1</u>: Representamos los números indicados

Centenas	Decenas	Unidades
3	7	5

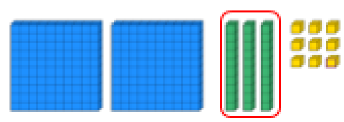


La cifra 3 representa 3 centenas o 300.

La cifra 7 representa 7 decenas o 70.

La cifra 5 representa 5 unidades o 5.

Centenas	Decenas	Unidades
2	3	9

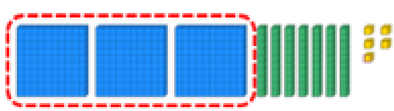


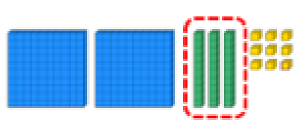
La cifra 2 representa 2 centenas o 200.

La cifra 3 representa 3 decenas o 30.

La cifra 9 representa 9 unidades o 9.

<u>Paso 2</u>: Comparando los números





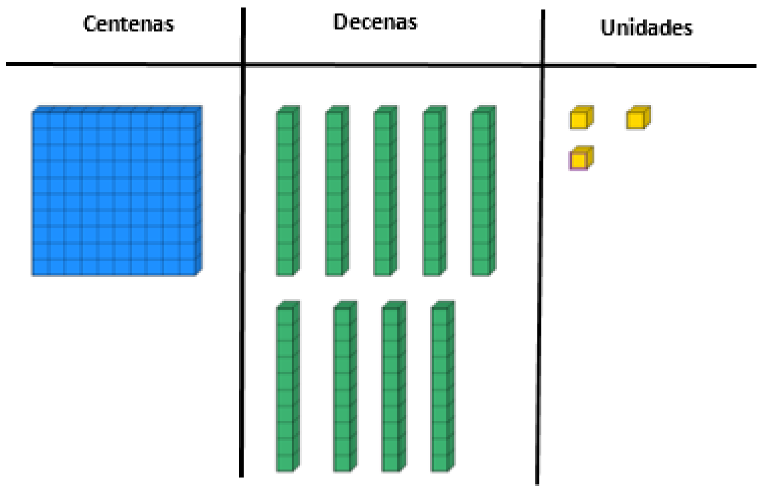
Por tanto, la cifra 3 en el cartel de 375 tiene mayor valor que en el cartel de 239, porque 300 es mayor que 30.

Fuente: Elaboración propia, 2022.

Resta:

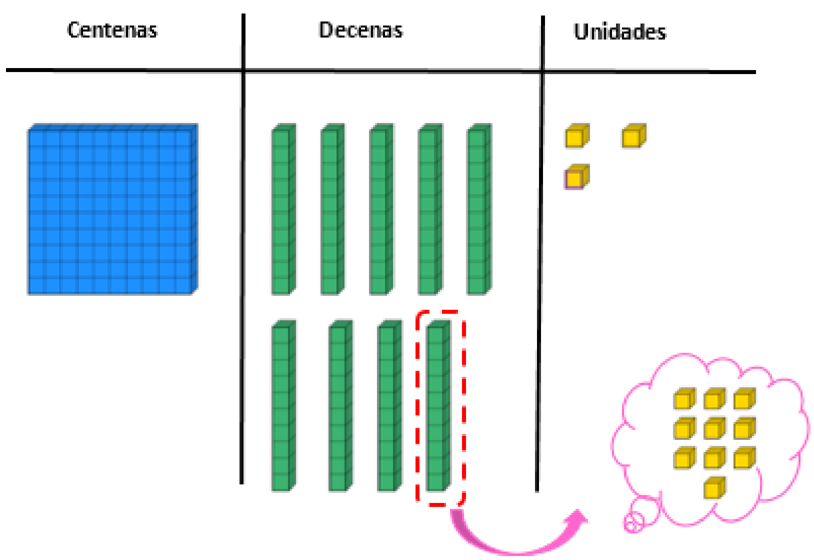
193 - 79 = ?

Paso 1: Representación numérica de 193 de acuerdo a su valor posicional



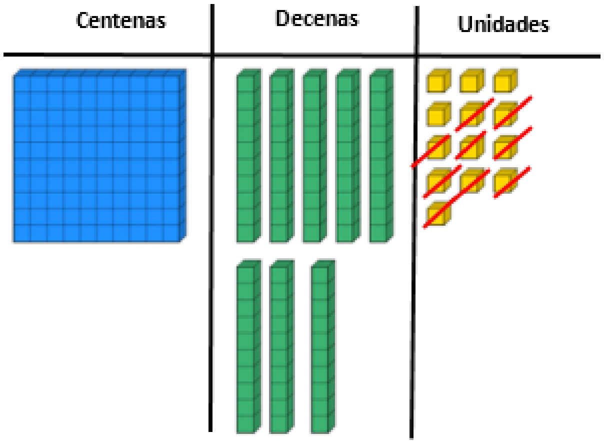
Paso 2: Se procede a restar 79

Nos ubicamos en la columna unidades y procedemos a quitar 9 unidades, pero observamos que solo hay 3 unidades. Por tanto, nos fijamos en la columna decenas y procedemos a quitar 1 decena descomponiéndola en las 10 unidades que la representan y las pasamos a la columna unidades, para así proceder a restar las 9 unidades.

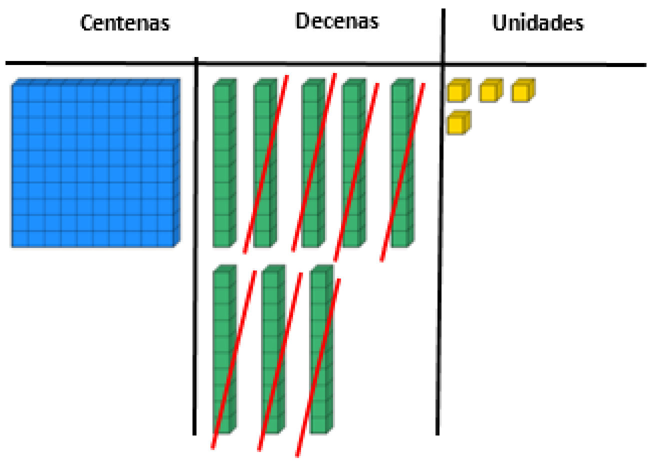


Fuente: Elaboración propia, 2022.

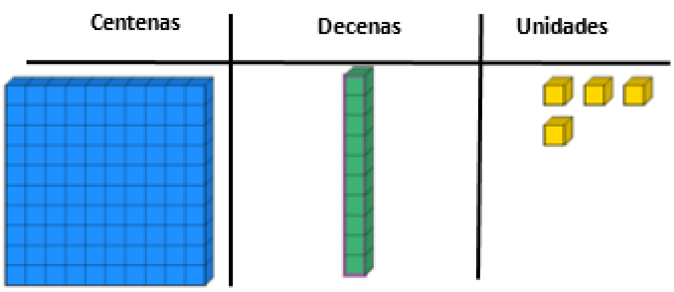
Paso 3: En la columna de unidades ya se puede restar las 9 unidades



Paso 4: En la columna de decenas se procede a restar las 7 decenas



Paso 5: luego de restar 79 se tiene:



1 **1** **4**

Por tanto: **193 - 79 = 114**

Fuente: Elaboración propia, 2022.

CONCLUSIONES

Dada la importancia que representa la educación en toda sociedad, y en base a las evidencias recogidas en diversos estudios, las dificultades que tienen los estudiantes respecto al aprendizaje matemático para un actuar competente y acorde con los avances en un mundo globalizado, están relacionadas con el campo aritmético, cuya enseñanza se inicia desde los primeros grados. Lo cual, es motivo de preocupación, dado que son el cimiento para construir los nuevos conocimientos en grados superiores.

En razón de ello, existe un consenso de diversos autores sobre el cambio que necesita la enseñanza de las matemáticas; pasar de una metodología memorística en la que el niño se rige por reglas establecidas, pero sin comprender a profundidad los conceptos numéricos, ni las razones por las cuales desarrolla una situación problemática carente de sentido, hacia una en la que el niño construya su propio aprendizaje de manera activa, con mediación del docente, para lo cual se debe proporcionar al niño diversas experiencias de aprendizaje y que se sienta motivado a aprender.

En la presente investigación se revela que cuando el niño carece de dominio numérico, no logra desarrollar el sentido numérico, con lo cual su desenvolvimiento en la sociedad y la vida diaria se ve afectada; en razón de que las matemáticas son de utilidad para interpretar, predecir y tomar decisiones. A la vez, estudios científicos sustentan la adquisición de conocimientos a través de los sentidos y la acción sobre el material concreto, dado que se facilita la representación de un concepto; pues existe una conexión entre cerebro, sentido y músculos.

La construcción del número y las operaciones aritméticas de adición y sustracción, utilizando el material concreto en los primeros grados es fundamental para la interiorización del concepto; una afirmación que toma como base las teorías del aprendizaje por descubrimiento, un currículum en espiral donde los conceptos se van profundizando gradualmente, y el aprendizaje sociocultural que involucra tener en consideración la zona de desarrollo próximo, referido a la distancia entre lo que el niño es capaz de hacer y su desarrollo potencial; y el andamiaje como algo temporal que permite al niño continuar aprendiendo hasta lograr autonomía; teorías que buscan el desarrollo integral del niño.

Por ello, es necesario replantear esfuerzos centrados en la necesidad del compromiso como sociedad, para educar a la nueva generación bajo un nuevo esquema educativo que redunde en un aprendizaje significativo con pleno desarrollo del sentido numérico desde los primeros grados, de tal forma que pueda lograr un actuar competente matemáticamente y desenvolverse en la vida diaria tomando las decisiones adecuadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguilera Gálvez, P., Ponce Molina, J. y Silva Jaque, V. (2012). *Uso de material concreto en el sector de matemática en primer año básico*. [Tesis de pregrado, Universidad Academia de Humanismo Cristiano]. http://bibliotecadigital.academia.cl/xmlui/bitstream/handle/123456789/1835/tpeb785.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Almeida, R., Bruno, A. y Perdomo Díaz, J. (2014). Estrategias de sentido numérico en estudiantes del Grado en Matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 32* (2), p.9-34. https://core.ac.uk/download/pdf/78518487.pdf

Alsina, A. (2020). El enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula?. *TANGRAM Revista de Educación Matemática, 3* (2), (p.127-159). http://funes.uniandes.edu.co/26097/1/Alsina2020El.pdf

Alsina, A. (2016). El currículo del número en educación infantil. Un análisis desde una perspectiva internacional. *PNA*, *10*(3), p-135-160. https://www.researchgate.net/publication/318701917_El_curriculo_del_numero_en_educacion_infantil_Un_analisis_desde_una_perspectiva_internacional

Alsina, A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *1*(1), p.1-14. https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/53122/revistas_uva_es__edmain_article_view_5802_4322.pdf?sequence=3&isAllowed=y

Alsina, A. (2011). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años*. Narcea S.A. de Ediciones. https://docer.com.ar/doc/x0enxv1

Alsina Catalá, C. (2019). Las matemáticas imprescindibles para la vida. En O. Bermúdez (Ed.), *Ruta Maestra*. (26 ed., p.2-7). Santillana S.A.S.

Araya Schulz, R. (2004). *Inteligencia Matemática*. Editorial Universitaria. https://es.b-ok.lat/book/3653318/7bd8ac

Arboccó de los Heros, M. (2010). Aportes de Jean Piaget a la teoría del conocimiento infantil. *Revista Unifé Temática Psicológica*, *6* (1), p.15-19. https://revistas.unife.edu.pe/index.php/tematicapsicologica/article/view/857

Arteaga Valdés, E., Del Sol Martínez, J. L. y Medina Mendieta, J. F. (2021). Decálogo de didáctica de la matemática de Puig Adam: Un legado para la formación de profesores de matemática. *Revista Universidad y Sociedad, 13* (2), 347-356. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202021000200347

Auccahuallpa Fernández, R. y Ibarra Núñez, M. M. (20-22 de marzo de 2019). *Investigación acción: innovando las clases de matemáticas a través de materiales concretos*. En E. Calle (Presidencia). IV Coloquio Binacional sobre la enseñanza de la matemática. Coloquio llevado a cabo en la Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.

Baquero, R. (1997). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. AIQUE. https://docer.com.ar/doc/80en81x

Baroody, A. J. y Rosu, L. (2006). Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations: The number sense view. *University of Illinois at Urbana-Champaign*, p.1-30. https://www.researchgate.net/publication/228651745_Adaptive_expertise_with_basic_addition_and_subtraction_combinations_The_number_sense_view

Bautista Cóndor, J. L. (2013). El desarrollo de la noción de número en los niños. *Perspectivas en primera infancia, 1* (1), p.1-31. https://revistas.unitru.edu.pe/index.php/PET/article/view/145

Bergen Figueroa, A. N., Canales Carreño, M. C., Fierro Suazo, C. A., Hermosilla Silva, A. A., Muñoz Pantoja, G. B. y Parra Gálvez, A. M. (2017). *Influencia del uso de material concreto en el proceso de enseñanza aprendizaje en estudiantes de primer año básico, en la asignatura de matemática*. [Tesis de pregrado, Universidad Andrés Bello]. https://repositorio.unab.cl/xmlui/bitstream/handle/ria/6744/a122847_Bergen_A_Influencia_del_uso_de_material_2017_Tesis.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Bracho López, R., Mas Machado, A., Jiménez Fanjui, N. y García Pérez, T. (2011). Formación del profesorado en el uso de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática – Unión*, (núm. 28), p.41-60. http://funes.uniandes.edu.co/15773/1/Bracho2011Formaci%C3%B3n.pdf

Bruner, J. S. (2018). *Desarrollo cognitivo y Educación. Selección de textos de Jesús Palacios*. Ediciones Morata. https://docer.com.ar/doc/xvsn0nc

Bruner, J. S. (1963). *El proceso de la educación*. UTEHA Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana. https://kupdf.net/download/bruner-jerome-el-proceso-de-la-educacion_5be98e8be2b6f5f6758af78f_pdf

Bueno, D. y Forés, A. (2018). 5 principios de la neuroeducación que la familia debería saber y poner en práctica. *Revista Iberoamericana de Educación, 78* (1), p.13-25. https://rieoei.org/RIE/article/view/3255

Burgués Flamarich, C. (2014). El legado de Dienes. *Suma, 76*, p.105-109. https://revistasuma.fespm.es/wp-content/uploads/2022/02/S76-Vale-la-pena.pdf

Bustamante Soto, A. M. (2019). *El uso de material didáctico y su relación con el nivel de logro de los aprendizajes en el área de matemáticas de los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la Institución Educativa 43033 "Virgen del Rosario" de la provincia de Ilo en el año 2019*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/10710/EDCbusoam.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Camero Reinante, Y., Martínez Casanova, L. y Pérez Payrol, V. B. (2016). El desarrollo de la matemática y su relación con la tecnología y la sociedad. Caso típico. *Revista Universidad y Sociedad [seriada en línea], 8* (1), p.97-105. http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v8n1/rus14116.pdf

Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero, F., Alanís, J. A., Rodríguez, R. A. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Editorial Trillas S.A. https://www.researchgate.net/publication/261363590_Desarrollo_del_pensamiento_matematico

Capelo Quezada, D. M. y Muñoz Vera, M. D. (2010). *Elaboración de Material Didáctico Estructurado, y su manual de uso y aplicación, para mejorar las destrezas cognitivas en el área de Matemática del segundo año de EGB de la escuela "Padre Juan Carlo" en el período 2009 – 2010*. [Tesis de pregrado, Universidad Politécnica Salesiana]. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/718/13/UPS-CT001711.pdf

Cárdenas Soler, R., Piamonte Contreras, S. y Gordillo Castellanos, P. (2017). Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. *Revista Pensamiento y Acción*, (23), p.31-48. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/pensamiento_accion/article/view/8447

Cardeñoso, J. M. y Peñas, M. (2008). *Investigación en el aula de matemáticas. El sentido numérico.* SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. https://www.researchgate.net/publication/267982176_INVESTIGACION_EN_EL_AULA_DE_MATEMATICAS_EL_SENTIDO_NUMERICO

Cardoso Espinosa, E. O. y Cerecedo Mercado, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, (47), p.2-11. https://rieoei.org/historico/deloslectores/2652Espinosav2.pdf

Castro Martínez, E. (2008). *Pensamiento numérico y educación matemática*. En J.M. Cardeñoso y M. Peñas. Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. (p.23-32), Universidad de Granada, Granada, España.

Castro Martínez, E., Del Olmo Romero, M. A. y Castro Martínez, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Universidad de Granada. https://core.ac.uk/download/pdf/143615113.pdf

Centro de Aprendizaje y Conocimiento en la Primera Infancia (ECLKC) (junio de 2013). *El desarrollo del cerebro y su relación con la preparación para la escuela.* https://eclkc.ohs.acf.hhs.gov/es/preparacion-escolar/articulo/el-desarrollo-del-cerebro-y-su-relacion-con-la-preparacion-para-la

Çetin, O. F. y Köse, K. (2015). The Relationship between Eighth Grade Elementary Students' Operational and Measurable Prediction Skills and Mathematical Literacy. *American Journal of Educational Research*, *3*(2), p.142-151. http://pubs.sciepub.com/education/3/2/6/index.html#Table9

Clarke, B. y Shinn, M. R. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review*, *33*(2), p.234-258. https://www.researchgate.net/publication/262006279_A_Preliminary_Investigation_Into_the_Identification_and_Development_of_Early_Mathematics_Curriculum-Based_Measurement

Coronado Hijón, A. (2019). *Dificultades de aprendizaje del cálculo aritmético: Una perspectiva educativa*. Editorial Planeta S.A.U. https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/109047/MUESTRA-dificultadesdeaprendizajev2.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cortés G., C., Navarrete G., E. y Troncoso A., M. J. (2009). *Construyendo experiencias desde la temprana infancia: Una perspectiva educacional considerando la neurociencia*. [Tesis de pregrado, Universidad de Chile]. https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/106183

Chamorro, M. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para Primaria*. PEARSON Prentice Hall Madrid. https://vdocuments.mx/didactica-de-las-matematicas-chamorro-2003.html?page=1

Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. PEARSON Prentice Hall Madrid. https://unmundodeoportunidadesblog.files.wordpress.com/2016/02/didactica-matematicas-en-infantil.pdf

Dantzig, T. (1945). Number, the language of science. The Macmillan Company. https://ia800908.us.archive.org/0/items/in.ernet.dli.2015.509363/2015.509363.Number-The.pdf

Dehaene, S. (1997). *The number sense How the mind creates Mathematics*. Oxford University Press. http://cognitionandculture.net/wp-content/uploads/the-number-sense-how-the-mind-creates-mathematics.pdf

Feigenson, L., Dehaene, S. y Spelke, E. (2004). Core systems of number. *TRENDS in Cognitive Sciences,* *8*(7), p.307-314. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.436.3281&rep=rep1&type=pdf

Fernández Carreira, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. [Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja]. https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Universidad de Granada. http://funes.uniandes.edu.co/1946/1/libro_MATREC_2011.pdf

Fuentes, A. L. J. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología, 33*(6), p.568-576. http://s623319320.web-inicial.es/wp-content/uploads/2019/01/Mecanism_cereb_pensam_matem.pdf

García, S. (2014). *Sentido numérico*. Materiales para apoyar la práctica educativa. México: INEE. https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D416.pdf

García Robelo, O. (2012). *La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas en niños de aulas mexicanas.* Ángeles Editores.

https://www.uaeh.edu.mx/investigacion/productos/4996/libro_mate_basicas_todo_copia.pdf

Gningue, S. M. (2016). Remembering Zoltan Dienes, a maverick of mathematics teaching and learning: Applying the variability principles of teach algebra. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, *17*(2), p.1-24. https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/view/17

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En J. D. Godino (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (15-154). Universidad de Granada. https://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2017/09/DIDA%cc%81CTICA-DE-LAS-MATEMA%cc%81TICAS-PARA-MAESTROS.pdf

Gómez Chacón, I. M. (2010). *Matemática emocional: Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea S.A. de Ediciones. https://vdoc.pub/download/matematica-emocional-los-afectos-en-el-aprendizaje-matematico-6vp13pe8gk90

González Osorio, O. l. y Ramírez Pérez, N. (2017). *Habilidades del sentido numérico en grado primero al resolver problemas aritméticos de primer nivel en el orden y conteo de los números naturales*. [Tesis de Maestría, Universidad del Valle]. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/19379/0581098.pdf?sequence=1

González, J. L., Fernández-Plaza, J. A., Castro-Rodríguez, E., Sánchez-Compaña, M. T., Fernández, C., Lupiáñez, J. L. y Puig, L. (Eds.) (2014). *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de las Matemáticas y Educación Matemática – 2014*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM. https://www.seiem.es/docs/grupos/pna/ActasPNA2014.pdf

Grouws, D. A. y Cebulla, K. J. (2006). *Mejoramiento del desempeño en matemáticas*. Serie Prácticas Educativas – 4. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000125453_spa

Hernández Vázquez, J. (1990). El material como medio de aprendizaje y de relación pedagógica en la actividad física. *Apunts: Educació Física i Esports* (núm. 22), p.23-30. https://revista-apunts.com/wp-content/uploads/2020/11/022_023-030_es-1.pdf

Jara, V. (2012). Desarrollo del pensamiento y teorías cognitivas para enseñar a pensar y producir conocimientos. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (12), p.53-66. https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846101004.pdf

Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (1998). *Educación Matemática*. Una empresa docente Universidad de los Andes. https://core.ac.uk/download/pdf/12341271.pdf

Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Research Council. https://static1.squarespace.com/static/5b4fde59b27e395aa0453296/t/5bd2a5d89140b763780f0aab/1540531701125/Kilpatrick%2C+Swafford%2C+Findell+-+2001+-+Adding+It+Up+Helping+Children+Learn+Mathematics+copy.pdf

Lázaro Navacerrada, Ch. y Mateos Sánchez, S. (2018). Presentación. Neurodidáctica en el aula: Transformando la educación. *Revista Iberoamericana de Educación*, *78* (1), p.07-10. https://rieoei.org/RIE/issue/view/282/vol.%2078%2C%20n%C3%BAm.%201

Lima Salinas, M. (2011). *El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de educación general básica en el colegio experimental universitario "Manuel Cabrera Lozano" (Matriz) de la ciudad de Loja periodo lectivo 2010-2011. Propuesta alternativa*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Loja]. https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/2788/1/LIMA%20SALINAS%20MARLENE%20DEL%20ROCIO.pdf

McIntosh, A., Reys, B. J. y Reys, R. E. (1995). A proposed framework for examining basic number sense. En P. Murphy, M. Selinger, J. Bourne y M. Briggs (Eds.), *Subject Learning in the Primary Curriculum: Issues in English, science and mathematics* (1ra ed., p.209-221). Routledge Taylor & Francis Group.

Manrique Orozco, A. M. y Gallego Henao, A. M. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, *4* (1), p.101-108. https://revistas.ucatolicaluisamigo.edu.co/index.php/RCCS/article/view/952/874

Marín Acosta, S., Ojeda Ojeda, P., Plaza Rojas, C. y Rubilar Alarcón, M. (2017). *Promover la importancia del uso de material concreto en primer ciclo básico*. [Tesis de pregrado, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso]. http://opac.pucv.cl/pucv_txt/txt-0500/UCC0765_01.pdf

Ministerio de Educación [MINEDU] (2017). *Currículo Nacional de la Educación Básica.* http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación [MINEDU]. (s.f.). *Catálogo de recursos y materiales educativos de Educación Básica Regular. Nivel de Educación Primaria*. (p.47). Lima: Ministerio de Educación.

Molina González, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada]. http://funes.uniandes.edu.co/544/1/MolinaM06-2822.PDF

Montessori, M. (1986). *La mente absorbente del niño*. Editorial Diana. https://cristinamatusmendez.files.wordpress.com/2014/07/la-mente-absorbente-del-nino-montessori-pdf.pdf

Montessori, M. (1934). *Psico-aritmética*. Casa Editorial Araluce. https://docer.com.ar/doc/e58vxcs

Moore, R. C. (1994). Teaching number sense in the elementary school. *Adventist Education*, p.12-17. http://circle.adventist.org/files/CD2008/CD1/jae/en/jae199456031206.pdf

Moreno Lucas, F. M. (2015). La utilización de los materiales como estrategia de aprendizaje sensorial en infantil. *Opción*, *31* (2), p.772-789. https://www.redalyc.org/pdf/310/31045568042.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. https://www.rainierchristian.org/NCTM_principles-and-standards-for-school-mathematics.pdf

Navarrete Rodríguez, P. J. (2017). *Importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas.* [Tesis de pregrado, Universidad de Jaén]. https://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodrguez_PedroJos_TFG_Educacin_Primaria.pdf

Navarro Fernández, R. J., Vega Velarde, M. V., Chiroque Landayeta, E. y Rivero Panaqué, C. (2018). Percepción de los docentes sobre las buenas prácticas con un aplicativo móvil para la enseñanza de matemáticas. *Educación, XXVII* (52), p.81-97. http://www.scielo.org.pe/pdf/educ/v27n52/a05v27n52.pdf

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: Una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogía, 23* (71), p.158-180. http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v23n71/v23n71a10.pdf

Pi Fuster, A. (2017). *Las matemáticas a través del uso de materiales manipulables en Educación Infantil*. [Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja]. https://reunir.unir.net/handle/123456789/6100

Piaget, J. y Inhelder, B. (1997). *Psicología del niño*. Ediciones Morata. https://www.pensamientopenal.com.ar/system/files/2014/12/doctrina38882.pdf

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Editorial Labor S.A. https://ps.b-ok.lat/book/5449143/1651b2?dsource=recommend

Piaget, J. y Szeminska, A. (1967). *Génesis del número en el niño*. Editorial Guadalupe (3ra. Ed.). https://es.b-ok.lat/book/2782050/09ab93

Price, P. S. (2001). *The development of year 3 students' place-value understanding: Representations and concepts*. [Tesis de Doctorado, Queensland University of Technology]. http://eprints.qut.edu.au/15783/1/Peter_Price_Thesis.pdf

Ramos Torres, J. J. (2016). *Material concreto y su influencia en el aprendizaje de geometría en estudiantes de la Institución Educativa Felipe Santiago Estenos, 2015*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. https://core.ac.uk/download/pdf/323341691.pdf

Real Academia Española [RAE]. (2022, 07 de julio). *Diccionario de la lengua española*. https://dle.rae.es/concreto

Reys, R. E. y Yang, D. Ch. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(2), p.225-237. https://ur.booksc.me/book/11394521/0a5cf5

Rico, L. (2000). Didáctica de la matemática e investigación. *Universidad de Granada*, (1-40). https://www.researchgate.net/publication/279658150_Didactica_de_la_Matematica_e_investigacion

Roblez Corregidor, N. N. (2012). *El material concreto del bloque numérico del área de matemática y su influencia en el pensamiento lógico*. [Tesis de pregrado, Universidad Tecnológica Equinoccial]. http://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/3529/1/52123_1.pdf

Rodríguez González, M. L., Filloy Yagüe, E. y Gómez Alfonso, B. (2020). Dificultades en la construcción de los números naturales incluyendo el cero con estudiantes de 6 a 8 años. *Enseñanza de las Ciencias*, *38*(3), p.55-80. https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/10.5565-rev-ensciencias.2881/473008

Salazar Sandoval, C. Y. y Vivas Saenz, Y. A. (2013). *Enseñanza del sistema de numeración decimal a través de la integración de material manipulativo*. [Tesis de pregrado, Universidad del Valle]. http://funes.uniandes.edu.co/11263/1/Salazar2013Ense%C3%B1anza.pdf

Sari, M. H. y Olkun, S. (2020). Developing number sense in students with mathematics learning disability risk. *International Online Journal of Primary Education IOJPE, 9*(2), p.228-243. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1282998.pdf

Segovia Alex, I. y Castro Martínez, E. (2009). La estimación en el cálculo y en la medida: fundamentación curricular e investigaciones desarrolladas en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, *7*(17), p.499-536. https://www.researchgate.net/publication/323134815_La_estimacion_en_el_calculo_y_en_la_medida_fundamentacion_curricular_e_investigaciones_desarrolladas_en_el_Departamento_de_Didactica_de_la_Matematica_de_la_Universidad_de_Granada

Soria Bustamante, R. I. (2018). *Mejora de la práctica pedagógica mediante la estrategia didáctica propuesta por George Polya para fortalecer las capacidades de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del segundo grado "A" de la Institución Educativa N° 0090 "Daniel Alcides Carrión" del distrito de San Juan de Lurigancho – Ugel 05*. [Tesis de segunda especialidad, Instituto Pedagógico Nacional Monterrico]. http://209.45.111.196/handle/20.500.12905/1229

Sotelo Martín, J. A. (2022). Neurodidáctica y estilos de aprendizaje en las aulas: orientaciones para docentes. *Revista Latinoamericana de Difusión Científica*, *4*(6), p.122-148. http://www.difusioncientifica.info/index.php/difusioncientifica/article/view/37/91

Sowder, J. T. y Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing Foundations for Research on Number Sense and Related Topics: Report of a Conference (San Diego, California)*. National Science Foundation. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED317413.pdf

Tokuhama-Espinosa, T. y Rivera Bilbao, G. M. (2013). *Estado del arte sobre pensamiento inicial matemático*. CECC/SICA Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana del Sistema de la Integración Centroamericana. https://ceccsica.info/sites/default/files/docs/Estado-del-arte.pdf

Villarroel, S. y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 78* (noviembre de 2011), p.73-94. https://mdc.ulpgc.es/cdm/singleitem/collection/numeros/id/817/rec/8

Yang, D. CH., Reys, R. E. y Reys, B. J. (2008). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*(2), p.383-403. https://www.researchgate.net/publication/225794577_Number_Sense_Strategies_Used_by_Pre-Service_Teachers_in_Taiwan

Yang, D. Ch. y Huang, F. Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, *30*(4), p.373-389. https://www.researchgate.net/publication/263722256_Relationships_among_computational_performance_pictorial_representation_symbolic_representation_and_number_sense_of_sixth-grade_students_in_Taiwan

Zafra Delgado, M. D. (2012). *Análisis Bibliométrico de María Montessori (1870-1952) en la actualidad*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Málaga]. https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/5472/TDR_ZAFRA_DELGADO.pdf?sequence=1

Zapatera Linares, A. (2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *International Journal of Developmental and Educational Psychology INFAD Revista de Psicología*, (2), p.263-274. https://pdfs.semanticscholar.org/82e4/61325f4f15e27127c5e8b7b9882d147e62a7.pdf?_ga=2.169970208.1287892369.1660923442-1011555874.1660923442