



**ESTRATEGIAS DEL CONTEO Y CÁLCULO MENTAL USADOS EN
EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS DEL PRIMER Y
SEGUNDO GRADO DE PRIMARIA**

**COUNTING AND MENTAL CALCULATION STRATEGIES USED IN THE
LEARNING OF MATHEMATICS IN THE FIRST AND SECOND GRADE
OF PRIMARY**

**Trabajo de Investigación para optar el Grado Académico de Bachiller en
Educación**

Presentado por

Javier Elmer Durand Castro
<https://orcid.org/0009-0001-1002-5063>

Asesora

Dra. María Antonieta Ramírez de Ferro.
<https://orcid.org/0009-0009-2784-539X>

Lima, julio, 2024

DEDICATORIA

Agradezco, en primer lugar, a Dios, quien con su amor, gracia y misericordia día a día me da la fortaleza necesaria para poder conducirme por el camino correcto, a pesar de las adversidades que se presentan. También agradezco a mi familia por su apoyo incondicional, por ser quienes me motivan a seguir adelante, por todos sus consejos y guías; son muy importantes para mí.

RESUMEN

Esta investigación bibliográfica tiene como objetivo dar a conocer las estrategias y técnicas del conteo y cálculo mental orientadas a su uso y aplicación en primer y segundo grado de primaria, con el fin de contribuir al campo de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Se fundamenta en la imperiosa necesidad de conocer estas estrategias y técnicas debido a la influencia que tienen en el aprendizaje de las competencias “actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad” y “resuelve problemas de cantidad”, ya que se evidencia una carencia de contenidos en la actual área curricular de matemática III y IV ciclo rutas de aprendizaje (Minedu 2015), donde solo se hace mención en forma resumida.

Gran parte de esta investigación se basa en el trabajo y los aportes de la Dra. María Antonieta Ramírez de Ferro, especialista y experta en investigación y didáctica para la enseñanza de las matemáticas. La investigación contiene tres capítulos: el primer capítulo describe las estrategias, técnicas e instrumentos del conteo y cálculo en el primer grado para contar del cero al veinte; el segundo capítulo se basa principios de analogía, descomposición y compensación para el cálculo mental hasta el cien; el tercer capítulo resume tres propuestas de otras investigaciones para la enseñanza del cálculo mental en la educación primaria.

Finalmente se llega a la conclusión que es muy importante conocer las estrategias, técnicas e instrumentos del conteo y cálculo mental, ya que todo ello conduce a un aprendizaje significativo e integral en los primeros años de educación primaria en el área de matemáticas.

Palabras clave: aprendizaje de matemáticas; cálculo mental; conteo; estrategias.

ABSTRACT

This descriptive research aims to present the strategies and techniques of counting and mental calculation aimed at their use and application in first and second grade of primary school to facilitate the teaching and learning of mathematics.

It is based on the imperative need to know these strategies and techniques due to their influence and unidirectional relationship with the learning of the skills: act and think mathematically in quantity situations, and solve quantity problems, since a lack of content is evident in the current curricular area of mathematics III and IV cycle learning routes (Minedu 2015) where only mention is made, in summary form.

The research is based on the work and contributions of Dr. María Antonieta Ramírez de Ferro, specialist and expert in research and didactics for teaching mathematics. The research contains three chapters: the first chapter describes the strategies, techniques and instruments of counting and calculation in the first grade to count from zero to twenty. The second chapter is based on principles of analogy, decomposition and compensation for mental calculation up to one hundred. The third chapter summarizes three proposals from other research for teaching mental calculation in primary education.

Finally, the conclusion is reached that it is very important to know the strategies, techniques and instruments of counting and mental calculation, since all of this leads to significant and comprehensive learning in the first years of primary education in the area of mathematics.

Keywords: mathematics learning; mental calculation; count; strategies.

INDICE

DEDICATORIA	2
RESUMEN	3
ABSTRACT	4
INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I ESTRATEGIA DEL CONTEO Y CÁLCULO EN EL PRIMER GRADO	10
1.1 Nociones básicas sobre el conteo	10
1.2 Estrategias de conteo para calcular	10
1.2.1 Estrategias del conteo del 0 al 10	11
1.2.2 Estrategias de conteo del 10 al 20	21
1.2.3 Estrategias de cálculo por analogía hasta el 20	24
1.3. Técnicas de cálculo pasando la decena hasta el 20	27
1.3.1. Definición de cálculo pasando la decena	27
1.3.2. Estrategias para pasar la decena por descomposición	27
1.3.3. Ejercicios de suma con materiales completando la decena	28
1.3.4. Ejercicios de resta con materiales completando la decena	29
CAPÍTULO II ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL EN SEGUNDO GRADO	30
2.1 Descripción del cálculo mental	30
2.2 Principios del cálculo mental	30
2.3 Construcción de la centena	32
2.3.1 Materiales didácticos a utilizar	31
2.3.2 El cuadrado cien	32
2.3.3 El tablero posicional	33
2.4 CONSTRUCCIÓN DEL SENTIDO NUMÉRICO	34
2.4.1 El sentido numérico para contar, ordenar, medir y calcular	34
2.5 CALCULAMOS MENTALMENTE HASTA 100	40
2.5.1. Cuando el operador es un dígito	40
2.5.2. Cuando el operador tiene al menos una decena neta	41
2.5.3. Cuando los cálculos requieren el principio de analogía sin decenas neta	42
2.5.4 Cuando los cálculos requieren la descomposición o compensación	43
CAPÍTULO III PROPUESTAS DE OTRAS INVESTIGACIONES	45
3.1 EL CONTEO EN EDUCACIÓN INFANTIL	45
3.2 ESTRATEGIAS DIDACTICAS DEL CONTEO A TRAVÉS DEL JUEGO	48
3.2 PROPUESTA TIC PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO	51
CONCLUSIONES	55
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

INDICE DE TABLAS

Tabla 1	Trayectoria para el aprendizaje del conteo según Clements y Sarama (2015)	45
Tabla 2	Diferencias principales entre el ABN y el método tradicional	47

INDICE DE GRÁFICOS

Figura 1	Cesta de peras	11
Figura 2	Cesta de naranjas	11
Figura 3	Policubos engarzables	12
Figura 4	Añadiendo objetos	13
Figura 5	Quitando objetos	13
Figura 6	Conjunto de frutas	14
Figura 7	Prueba de igualdad	14
Figura 8	Primera prueba de conservación de Piaget	15
Figura 9	Correspondencia entre conjunto y símbolos numéricos	15
Figura 10	Correspondencia entre conjuntos, representación icónica y símbolos	16
Figura 11	Casino de números hasta el 10	17
Figura 12	Juego de cubos link	18
Figura 13	Regletas de cuisenaire	19
Figura 14	Trenes del 8	19
Figura 15	Descomposición del 6 en tablas	20
Figura 16	Descomposición del 9 en cajas	20
Figura 17	Descomposición del 10 en cajas	21
Figura 18	Collar de descomposición de la decena y unidades	22
Figura 19	Collares de 2 decenas de cuentas	22
Figura 20	Tarjetas numéricas hasta 20	23
Figura 21	Atados de palitos con la decena y unidades	23
Figura 22	Analogía aplicando la propiedad contraria	25
Figura 23	Analogía aplicando la operación siempre	25
Figura 24	Analogía aplicando la familia de operaciones	25
Figura 25	Rompecabezas hasta el 20 por analogía.	26

Figura 26	Juego con pauta de colores por analogía	26
Figura 27	Problemas por analogía hasta 20	27
Figura 28	Dos ejercicios para descomponer + 7 y - 8	27
Figura 29	Dos ejercicios para hallar el complemento aditivo y sustractivo	28
Figura 30	Estrategia para resolver una adición pasando la decena	28
Figura 31	Estrategia para resolver una sustracción pasando por el 10	29
Figura 32	Suma y resta, principio de Compensación.	31
Figura 33	El ábaco chino	32
Figura 34	El cuadrado cien	33
Figura 35	El cuadrado cien después de completado el trabajo	33
Figura 36	Representación gráfica de 3 decenas y 5 unidades.	34
Figura 37	Cubitos link para entrenar el conteo	35
Figura 38	Cajita de huevos	35
Figura 39	Cajas de botellas	35
Figura 40	Agrupación de aves	36
Figura 41	Vagones de un trencito	36
Figura 42	Cuadros de aves	37
Figura 43	Cuadrado 100	37
Figura 44	Comparando lápices de diversa longitud	38
Figura 45	Medidas con el cuerpo	38
Figura 46	Comparando en base a regletas.	38
Figura 47	Medimos con la regla nuestros lápices de colores	39
Figura 48	Rompecabezas de cálculos por analogía cuando el operador es un dígito.	40
Figura 49	Dominó por un dígito pasando la decena	41
Figura 50	Reloj de cálculo con decenas netas.	41
Figura 51	Tablas de operadores donde falta la salida	42
Figura 52	Rompecabezas con cálculos sin decenas netas por analogía.	42
Figura 53	Cálculos de adición pasando la decena I	43
Figura 54	Cálculos de adición pasando la decena II	44
Figura 55	Cálculos de sustracción pasando la decena	44

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo de investigación se desarrollarán tanto las estrategias del conteo para calcular en el primer grado como las técnicas de cálculo mental en el segundo grado usadas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es un tema poco estudiado y profundizado a nivel de investigación y he tenido por conveniente desarrollarlo.

Actualmente el ministerio de la educación del Perú, el Minedu, plantea en el área curricular de matemática en el III ciclo de las rutas de aprendizaje (Minedu 2015) dos tipos de estrategias metodológicas que son: Estrategia de conteo para calcular y estrategia de cálculo mental propiamente dicho, que son en realidad técnicas que se emplean en sólo algunas de nuestras instituciones educativas para el logro de las competencias “actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad” y “resuelve problemas de cantidad”.

La pandemia trajo consigo la interrupción de los procesos de aprendizaje de miles de estudiantes, debido a la suspensión de clases presenciales por más de un año. Según el informe de Julio del 2021 del instituto peruano de economía (IPE). A pesar de que se implementó la educación a distancia en diferentes modalidades durante el estado de emergencia, una gran cantidad de estudiantes carecían de los recursos informáticos y electrónicos necesarios para seguir recibiendo sus clases. Según cifras de la encuesta nacional de hogares (ENAHO) del INEI, el porcentaje de estudiantes que continuaron llevando clases en el 2020 a través de cualquier modalidad se redujo cinco puntos porcentuales respecto a los niveles de asistencia del 2019, al pasar de 92% a 87%. Según esto a raíz de la pandemia más de 400 mil estudiantes abandonaron sus clases durante el año que azotó la pandemia.

Debido a la coyuntura de la pandemia, el aprendizaje en nuestro país ha disminuido en todas las áreas y el aprendizaje de las matemáticas no ha sido ajeno a ello; por lo tanto, no se ha evidenciado el avance y logro esperado en el desarrollo del programa curricular de educación primaria. Esto se evidencia según las fuentes del Minedu que muestran los datos del estudio virtual de Aprendizajes (EVA) de 2021, donde se evaluó el aprendizaje de los estudiantes, quienes, a causa de las restricciones por la COVID-19, presentan en los resultados una disminución del rendimiento promedio en las áreas de comunicación y matemáticas.

“Las estrategias del conteo y cálculo mental influyen en el aprendizaje de las matemáticas” fue la premisa del presente trabajo. Para demostrarla, planteamos la siguiente pregunta: ¿cómo las estrategias del conteo y cálculo mental se relacionan en el aprendizaje de las matemáticas en los niños de 1er y 2do grado del nivel primario?

Para responder estas interrogantes, se plantea en el trabajo describir las estrategias del conteo y las técnicas del cálculo mental para apreciar cómo éstas influyen en el aprendizaje de las matemáticas. Es por ello que el trabajo se centra en explicar las diversas estrategias y técnicas didácticas usados en el ciclo III es decir el 1^{er} y 2^{do} grado. Para 1^o grado se desarrollan tanto las estrategias de cálculo del 0 al 10 y del 0 al 20 incluyendo en cada caso ejemplos ilustrativos. Para el 2^o grado, se desarrollarán las técnicas del cálculo mental, su fundamento en los principios de analogía, descomposición y compensación.

Finalmente, se estudia el cálculo mental hasta 100, que nos facilita la resolución de problemas simples y con ello se logrará un avance significativo en los niveles esperados en las competencias señaladas, puesto que su uso y aplicación correcta agiliza la mente para más adelante facilitar la resolución de problemas complejos.

El estudio mencionado es relevante en la sociedad educativa de los estudiantes y aún de los maestros en el ámbito pedagógico general de primaria, ya que como guías y mentores tenemos la misión de brindar una enseñanza de calidad, abundante en estrategias y técnicas que agilicen la mente y facilitan el trabajo de resolución de problemas, aspectos esenciales desde un enfoque por competencias, según lo planteado por el Minedu.

CAPÍTULO I:

ESTRATEGIA DEL CONTEO Y CÁLCULO EN EL PRIMER GRADO

1.1 Nociones básicas sobre el conteo

Cuando hablamos del conteo tenemos que recurrir a la real academia española, que nos señala que “contar” significa: “numerar o computar las cosas considerándolas como unidades homogéneas”.

El término *contar* se sustenta en asignar a cada elemento de una agrupación un número de la secuencia numérica. Por tanto, se trata de establecer una relación de carácter biyectiva entre los términos característicos de la secuencia numérica y todos los elementos correspondientes. Para ello, en un primer momento, lo que los niños y niñas van a hacer es llevar a cabo esta tarea a través de la acción de señalar (Castro et al., 2016).

El conteo empieza desde edad muy temprana, en la infancia durante la etapa pre-escolar y antes de iniciar la primaria. Castro y Ramírez hablan del conteo como “conocimiento estratégico vertebrador de los aprendizajes numéricos en la primera infancia” (Castro y Ramírez, 2017, p. 96). Incluso afirman que su desarrollo comienza desde la temprana infancia, pues ya a los pequeños se les plantean diversas situaciones en las que es necesario contar.

Pero su perfeccionamiento continúa durante toda la vida pues todos nosotros lo usamos a diario en nuestras actividades cotidianas donde a menudo necesitamos contar mentalmente productos y calcular mentalmente ahorrando tiempo en los procesos de compra y venta. Sin embargo, su desarrollo orgánico en la escuela es algo que supone una construcción escalonada de pasos que se siguen en diversas etapas y que trataremos de ilustrar.

1.2 Estrategias de conteo para calcular

Las estrategias de conteo parten del concepto de “contar” o de “cuantificar” que se entiende como la determinación de la cantidad, es decir, de expresar la cantidad de unidades, que en primer lugar está expresada por un número cardinal, según lo afirman los autores revisados, que dan algunas características de este proceso.

Así, según Gelman el proceso de contar sería una herramienta para representar la numerosidad de los conjuntos (Gelman y Gallistel, 1978; Cooper, 1984) y una estrategia empírica utilizada en la solución de problemas aritméticos sencillos (Fuson, 1982; Fuson, Richard y Briars, 1982; Siegler y Shrager, 1984).

Debemos tener en cuenta que el uso de dicha estrategia genera un impacto positivo y significativo en los alumnos puesto que a ellos les va a tocar enfrentar múltiples situaciones en las que pueden reconocer la utilidad de contar y la necesidad de ser precisos, esto significa, no saltarse ningún elemento o no contar a una unidad dos veces, por ejemplo.

Las estrategias didácticas que vamos a presentar tienen el propósito de “promover el desarrollo constructivista y significativo de contenidos, mejorando la calidad educativa” (Flores, 2013, p. 43). Se trata de diferentes herramientas que ayudan al alumnado a comprender de forma significativa aquellos contenidos matemáticos de una forma más constructiva. De esta manera, se consigue transmitir todo de forma lúdica.

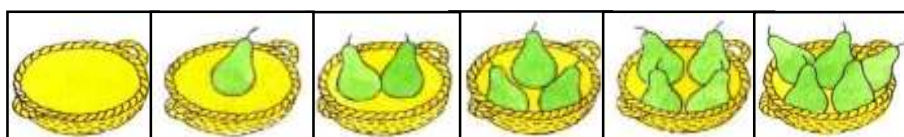
1.2.1 Estrategias del conteo del 0 al 10

Primera estrategia	:	Construcción de conjuntos añadiendo y quitando un objeto cada vez.
Segunda estrategia	:	Reconocimiento de la correspondencia uno a uno entre dos conjuntos.
Tercera estrategia	:	Clasificación de conjuntos numéricos y su seriación.
Cuarta estrategia	:	Estrategia de la descomposición con regletas, cuadros y cajitas.

1.2.1.1 Primera Estrategia: *Técnica construcción añadiendo o quitando un objeto*

Con esta técnica el niño aprende a contar añadiendo un elemento a la vez después de haber comenzado con un objeto al inicio representando a la unidad. En cada movimiento se añade un objeto y la clave es iniciarlo con la canasta vacía, luego llamamos 1 al primero, 2 al segundo, tres al tercero y 4 al cuarto y así sucesivamente hasta llegar al 5. Luego lo hacemos hasta 10.

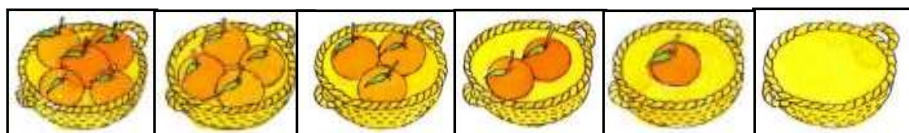
Figura 1. *Cesta de peras*



Fuente: Ferro A. (2007) Construcción de los primeros cardinales.

Luego hacemos el proceso inverso, es decir se disminuye uno cada vez primero a partir de 5 elementos, quita el quinto y dice 4, quita uno más y dice 3 hasta que quita el último y dice cero. Luego lo hacemos a partir de 10.

Figura 2: *Cesta de naranjas*

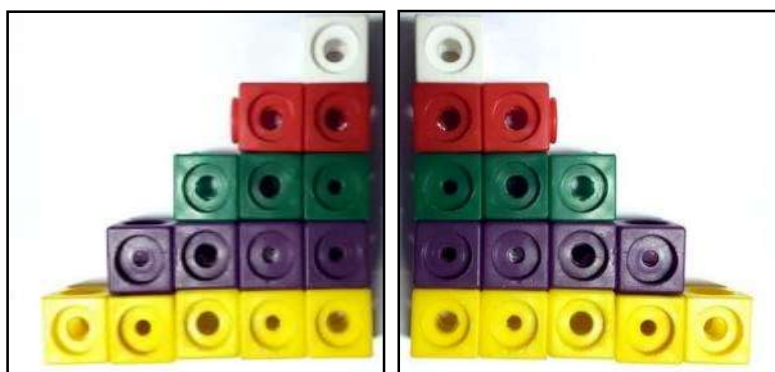


Fuente: Ferro A. (2007) Construcción de los primeros cardinales.

El niño puede repetir el proceso descendente gráficamente, usando esta vez una hoja con 10 cuadraditos. Si tacha uno, expresa que le quedan 9, posteriormente vuelve a tachar uno y obtiene 8 y así sucesivamente hasta llegar a la unidad e incluso tacha la última unidad y el niño se hace la idea del cero, como un conjunto vacío donde no queda absolutamente nada.

Para representar este proceso con material didáctico en forma ascendente o descendente podemos usar poli cubos link de colores o, podríamos usar los ladrillos del Lego, las gemas de colores, las piedritas o las semillas. Cuando usamos poli cubos link podemos hacer este proceso en 5 filas primero y luego en 10 filas. En el primer caso, el niño observará la serie del 1 al 5 y luego del 5 al 1, tal y como se ilustra en esta fotografía.

Figura 3. *Policubos engarzables*



Fuente: Material de Clase de la Dra. Ferro A

Terminado este trabajo procedemos a armar la serie del 1 al 10 y luego la serie del 10 al 1, procediendo siempre de arriba hacia abajo. Es importante que los niños acompañen la construcción ascendente con las palabras: tenemos 1 y 1 más son 2, tenemos 2 y 1 más son 3, etc. y posteriormente lo hagan con uno menos en la serie descendente.

Según Lezama la idea de usar material concreto en el aula es “trasladar” algunos conceptos abstractos de la matemática al proceso sensorial de la manipulación del material,

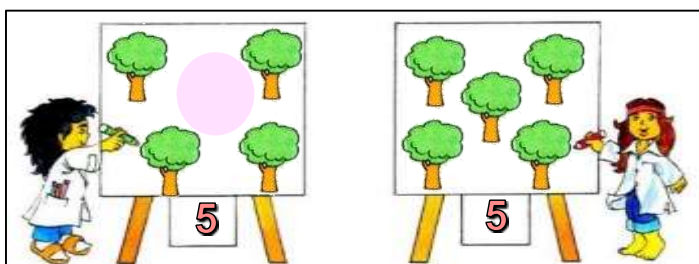
de tal modo que, a partir de su impacto sobre los sentidos, los conceptos sean construidos y relacionados con el mundo real. (Lezama y Tamayo, 2012, p. 28)

Por lo tanto, “los materiales didácticos, constituyen el soporte insustituible para el verdadero aprendizaje de esta ciencia”. (Oscoco et al., 2019, p.15) y por eso, todos los especialistas están de acuerdo en que usados correctamente los materiales contribuirán a desarrollar el pensamiento lógico matemático y a mejorar la comprensión de los pequeños en el aula. Es importante que, como buenos maestros de 1° y 2° grado, organicemos un rincón de materiales y juegos matemáticos.

Otra idea para construir añadiendo y quitando es pedirle al estudiante que complete las unidades que faltan dibujando objetos similares para obtener el número que se le pide. O también que tarje con una raya las unidades que sobran.

En el primero le piden 5 arbolitos, pero el niño sólo tiene 4 y debe pintar uno más.

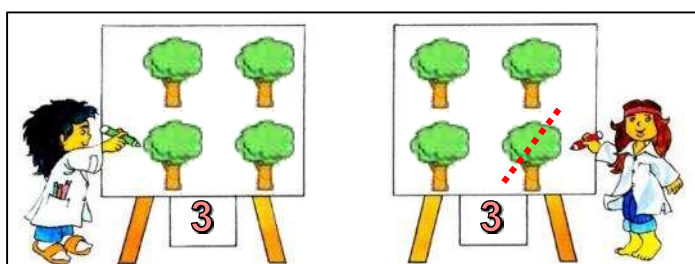
Figura 4. Añadiendo objetos



Fuente: Ferro A. (2007) Construcción de los primeros cardinales

En el segundo le piden 3 arbolitos, el niño tiene 4 y debe tachar uno

Figura 5. Quitando objetos



Fuente: Ferro A. (2007) Construcción de los primeros cardinales.

1.2.1.2 Segunda Estrategia: *Reconocer la correspondencia uno a uno*

Ante todo, vamos a definir este significado. Un niño sabe establecer correspondencias uno a uno cuando alcanza a visualizar relaciones de igualdad, entre un número de objetos y otro. Estas relaciones, en sí abstractas tienen el carácter de poder visualizarse, es decir cuando se

le presenta al pequeño un grupo de objetos el niño elige uno que represente el mismo número y lo busca a través de comparaciones hasta encontrar ciertas igualdades. Aquí incluso puede usar una de estas dos expresiones:

- Hay tantas peras como plátanos o Hay 3 peras como también 3 plátanos.
- Hay tantas manzanas como tomates o Hay 6 manzanas como también 6 tomates.

Figura 6. Conjunto de frutas

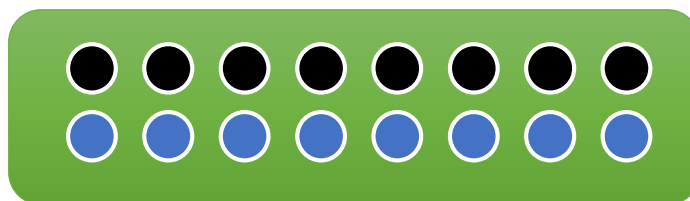


Fuente: Keller Pfaff (2010) Das Mathebuch 1

Por lo general, a edad más temprana puede establecer la correspondencia de igualdad antes de conocer los números simplemente estableciendo correspondencias uno a uno. Piaget, por ejemplo, ponía 8 bolitas azules y luego le decía al niño “coloca tantas bolitas rojas como azules veas”.

Y no necesariamente el niño sabía los números hasta el 8. O en la vida diaria, podemos pedirle a un niño que traiga sillas para todos sus 5 amigos y él mismo y él puede traer 6 sillas. aunque no sepa contar hasta 6, simplemente porque puede poner cada uno de los 6 niños en correspondencia uno a uno con cada una de las 6 sillas.

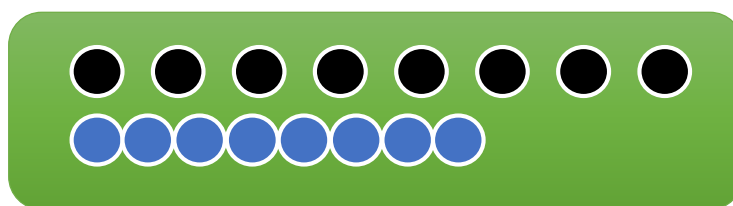
Figura 7. Prueba de la igualdad



Fuente: Elaboración propia

Si el niño logra colocar las bolitas rojas, ya tiene el concepto de igualdad, sin embargo, hay niños que colocan la segunda fila en diagonal y obtienen lugar para 9 o 10 fichas. Ahora podemos aplicar la primera prueba de conservación de Piaget que consiste en colocar una fila de 8 bolitas azules separadas y 8 bolitas rojas sin espacio entre ellas. En este caso preguntamos al niño ¿dónde ves más bolitas en las rojas o en las azules?

Figura 8. Primera prueba de conservación de Piaget

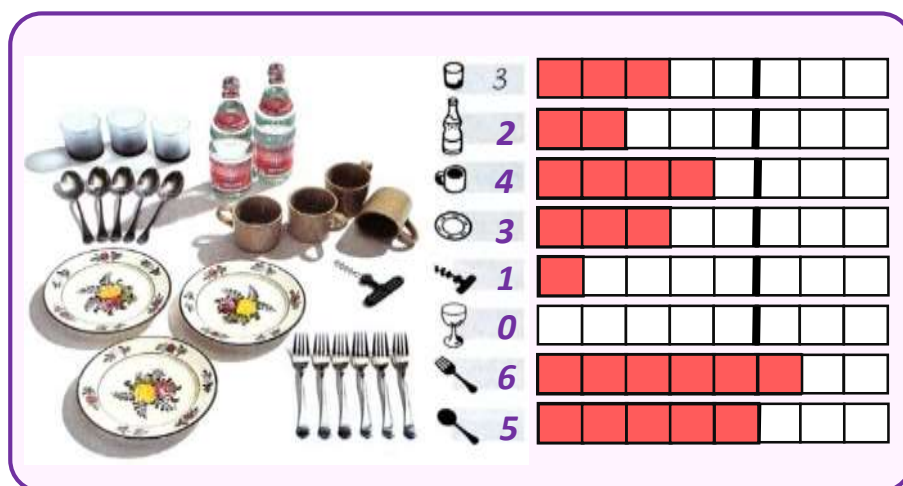


Fuente: Elaboración propia

Si el niño logra reconocer que el número de las bolitas rojas y azules tienen la misma cantidad, ya hay indicios que posee el concepto de conservación. Sin embargo, para estar seguros de que el niño es conservador, podemos aplicar la 3ª prueba de conservación mediante una pregunta que lo haga dudar de su respuesta con una contra sugerencia. Y al final, la 4ª prueba donde colocamos la segunda fila de cuentas rojas exactamente debajo de las azules y después de retirar las azules, le preguntamos si ambos grupos son iguales.

Un paso más avanzado es el de la correspondencia entre el conjunto y el numeral sin necesidad de mostrar inicialmente los dos conjuntos. El procedimiento es el siguiente: se presentan conjuntos de diversos objetos y se le pide al niño pintar tantos cuadrados como objetos de cada clase hay sobre la mesa

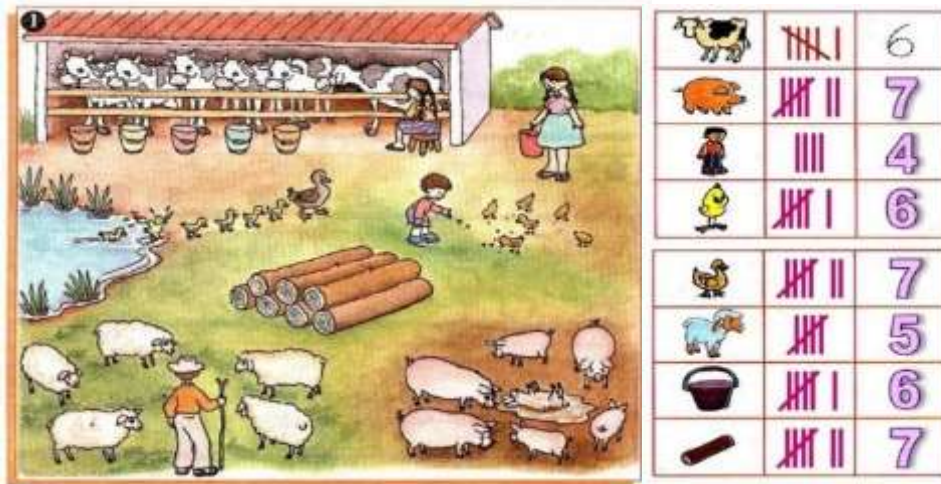
Figura 9. Correspondencia entre conjunto y símbolos numéricos



Fuente: Keller Pfaff (2010) Das Mathebuch 1

El tipo de correspondencia que se presenta aquí es la de conjunto, representación icónica y símbolo numérico. El mismo proceso se logra usando marcas de conteo o palotes, colocando el elemento del conjunto, las marcas de conteo y el numeral. (Ferro, 2024, Matemáticas 1)

Figura 10. Correspondencia entre conjuntos, representación icónica y símbolos



Fuente: Ferro. A (2024) Matemática 1

Esta correspondencia se logra como una relación visual u óptica pero el número aún no se conserva por correspondencia lógica: no hay en ella, pues, una operación racional, sino una simple intuición; pero sometida a la primacía de la percepción”. Piaget (1972).

1.2.1.3 Tercera Estrategia: *Clasificación de conjuntos numéricos y su seriación*

Para entender esta estrategia y avanzar en el concepto de número como clase y como serie, vamos a definir unos conceptos previos de clasificación como reunión de objetos desimilares características.

Clasificar significa, como lo dice su nombre, separar los objetos en clases a partir de una observación atenta y un saber discriminar los objetos semejantes y no semejantes. Para la clasificación es necesario seguir un criterio predeterminado mientras que la simple agrupación se hace en forma libre y espontánea.

Según Ed Labinowics (1987), “Clasificar es agrupar objetos según sus semejanzas, actividad en la que los niños pequeños se ven involucrados de manera natural” En efecto, en los primeros años de su vida escolar ya los niños pueden comparar los bloques lógicos al manipularlos para jugar y armar figuras y pueden distinguir sus colores, tamaños y formas pero también si algunos son incentivados por su padres, ya pueden clasificar en casa utensilios del menaje familiar, tazas, platos, vasos, cubiertos y de esta manera natural van aprendiendo a clasificar.

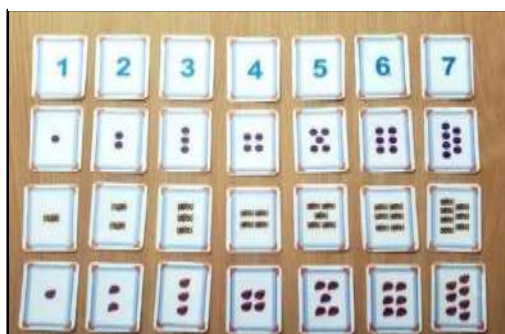
Por tanto, con ese concepto previo, podemos pedir al niño que clasifique una colección de objetos según cierta característica y apreciamos fácilmente cómo tiende a separarlos ya formar los grupos correctamente. Esto es posible porque la clasificación es una capacidad natural que concierne a la inteligencia humana, y que permite ordenar y organizar de manera natural las cosas del mundo que nos rodea.

Según Piaget (1975) la clasificación se inicia con la clasificación no figural o intuitiva en el periodo preoperacional (2 – 7 años), pasa por el periodo de operaciones concretas (7 – 11 años) y culmina en el periodo de operaciones formales (11 – 15 años), pero posteriormente es utilizada en las diferentes acciones de la vida diaria, cada vez que la ocasión lo requiera.

En la *clasificación no figural o intuitiva* el niño al principio agrupa objetos tomando en cuenta un solo criterio, que puede ser de color, forma, tamaño de los objetos, grosor, número de elementos, etc. formando grupos aislados unos de otros. Pero aún no puede clasificarlos por dos criterios, por ejemplo, por ser dos figuras geométricas que sean cuadradas y azules a la vez. Cuando logre clasificar por dos caracteres podemos iniciar la clasificación a partir de tarjetas de figuras de diferentes colores y diferentes números para formar un nuevo conjunto por ejemplo de figuras azules y que a la vez tengan 5 unidades y de figuras de otro color y que no tengan 5 elementos.

En esta tercera estrategia vamos a presentar al niño varios objetos de diferentes números de unidades que a la vez estén en serie. Para esto le presentamos diversas tarjetas para clasificarlos en columnas según su número. Se trata de reunir todos los objetos que tienen la característica de ser de clase 4, 2, 5, 6, 1, 3 y 7. Formados las clases de objetos de cada número luego le pedimos que los ordene teniendo en cuenta el criterio de colocar en cada columna “uno más” y lo hace teniendo en cuenta el proceso del conteo ya asimilado colocando, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 del siguiente modo.

Figura 11. Casino de números hasta el 10

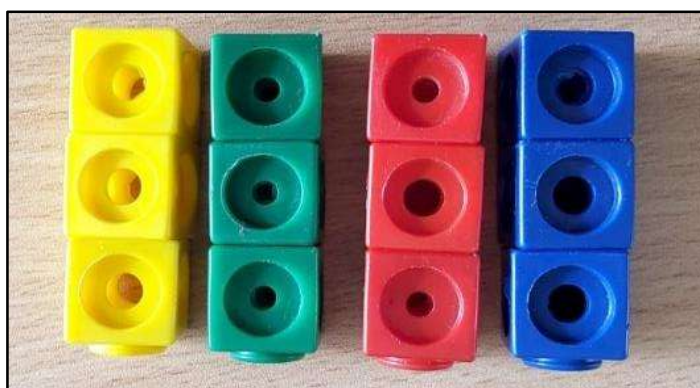


Fuente: Material de Clase de la Dra. Ferro

Le preguntamos ¿Dónde está la **clase 4**? Mira la **4° columna vertical** y nos dirá que debajo del 4 porque hay 4 bolitas, 4 caramelos y 4 fresas. Por tanto, está usando la **clasificación**. Luego le pedimos: ¿Dónde está la **serie de caramelos del 1 al 7**? Mira la **3° fila horizontal** y señala la **serie** de caramelos ordenados del 1 al 7.

Después de esta estrategia los niños pueden representar con sus cubos cualquier número cardinal hasta el 10. Por ejemplo, les podemos pedir que clasifique sus cubos por grupos de 3 usando cuatro diferentes colores en cada grupo y así sucesivamente los demás números con alguna otra particularidad.

Figura 12. *Juego de cubos link*



Fuente: Material didáctico de Clase de la Dra. Ferro A

1.2.1.4 Cuarta Estrategia: *Descomposición con regletas, cuadros y cajitas.*

Para esta estrategia se puede en primer lugar, hacer uso de las llamadas regletas, que “son un material estructurado que puede ser usado para que el alumnado aprenda conceptos matemáticos como la composición y descomposición de los números y también para la iniciación de las actividades de cálculo con materiales manipulativos” (Castelló et al., 2015, p. 117).

Las regletas permiten trabajar los conceptos de mayor que, menor que y tanto como, de tal modo que el alumno puede visualizar estas relaciones aún antes de aprender los símbolos correspondientes. Así les podemos pedir que compare 7 y 10 y nos diga cual es la diferencia entre ellos. O también que complete debajo de la regleta de 3 y 4, otras regletas que den la misma cantidad que ellas.

Las regletas de Cuisenaire son un conjunto de barras, cada una de las cuales representa un valor diferente desde el número uno hasta el 10 que dependerá tanto del color

como del tamaño que tenga cada regleta que miden desde 1 a 10 cm. Los colores varían y son distintos desde el 1 hasta el 10:

Blanco es 1

Rojo es 2

Verde claro es 3

Rosado es 4

Amarillo es 5

Verde oscuro es 6

Negro es 7

Marrón es 8

Azul es 9

Naranja es 10

Figura 13. *Regletas de Cuisenaire*



Fuente: Fotografía del material de la Dra. Ferro A

¿Cómo podemos descomponer los números con las regletas? Si por ejemplo, descomponemos el 8 con regletas tenemos que:

Figura 14. *Trenes del 8*

8 es 3 y 3 y 2

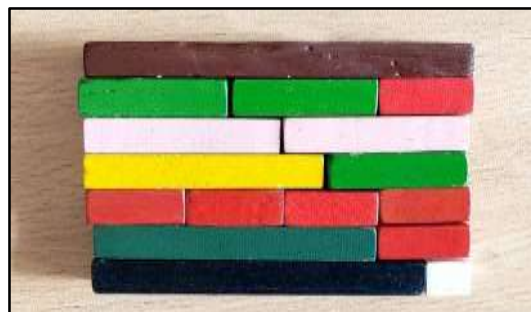
8 es 4 (rosada) y 4

8 es 5 y 3

8 es 2 y 2 y 2 y 2

8 es 6 y 2

8 es 7 y 1



Fuente: Fotografía del material de la Dra. Ferro A

En el siguiente paso podemos pedir a los niños que representen con regletas las siguientes adiciones:

$$5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 2 + 1$$

$$6 = 4 + 2 = 3 + 3 = 2 + 4 = 1 + 5$$

$$7 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1$$




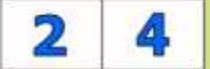

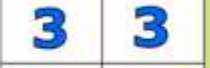



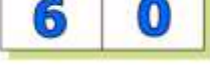
$$8 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2 = 7 + 1$$

$$9 = 4 + 5 = 6 + 3 = 7 + 2 = 8 + 1$$

Las regletas diseñadas en 1952 por Georges Cuisenaire son un excelente material para trabajar la descomposición de los números y su uso en los primeros grados puede llevar al niño a una interesante experiencia lúdica de aprendizaje.

Pero la descomposición también puede desarrollarse con tablas como éstas:

















Figura 15. Descomposición del 6 en tablas

		6
		5 1
		4 2
		0 6
		3 3

Fuente: Ferro A. (2007) Vistas del PPT del curso Didáctica de la matemática 1

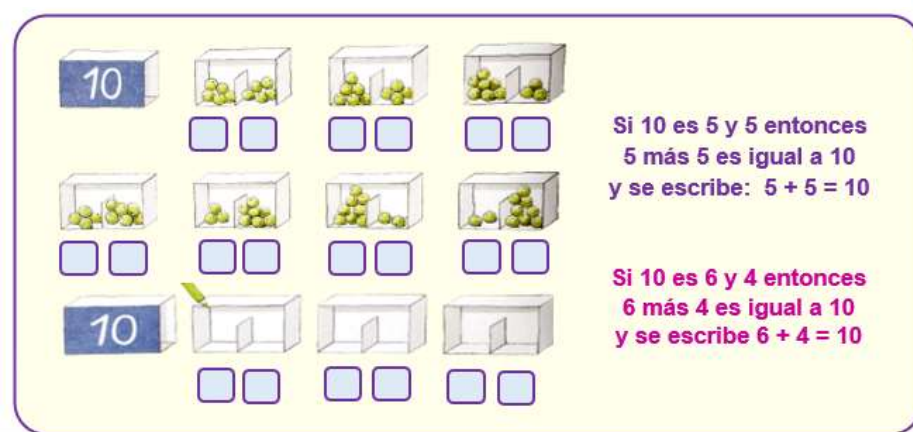
Finalmente, la descomposición también puede practicarse con cajitas que nos permiten pasar a las operaciones de adición:

Figura 16. Descomposición del 9 en cajas

				<p>Si 9 es 5 y 4 entonces 5 más 4 es igual a 9 y se escribe $5 + 4 = 9$</p>
				
				<p>Si 9 es 6 y 3 entonces 6 más 3 es igual a 9 y se escribe $6 + 3 = 9$</p>
				

Fuente: Wefermann (2011) Denken und Rechnen.

Figura 17. Descomposición del 10 en cajas



Fuente: Weftermann (2011) Denken und Rechnen.

En conclusión, la descomposición es una estrategia que prepara a los niños para la adición en general. Pero también lo incentiva para entender la sustracción, pues por el proceso inverso se puede practicar la sustracción.

De este modo, si 5 es 2 y 3, entonces si a 5 le quito 3 tengo 2 y por lo tanto 5 menos 3 es 2 y eso se escribe $5 - 3 = 2$

Y del mismo modo, si 5 es 3 y 2, entonces si a 5 le quito 2 tengo 3 y por lo tanto 5 menos 2 es 3 y eso se escribe $5 - 2 = 3$

Sin embargo, muchos docentes no pasan de la descomposición con materiales a la adición y sustracción, sino que van de frente a las operaciones simbólicas y eso suele causar muchos problemas en el aprendizaje. La descomposición previa es de gran ayuda para el cálculo hasta el 10.

1.2.2 Estrategias de conteo del 10 al 20

1.2.2.1 Construcción de los números por Conteo del 10 al 20

Cuando los niños de primer grado son capaces de contar, enlazar, descomponer, seriar, clasificar, sumar, restar, relacionar números hasta 10, tal vez pueden también generalizar propiedades, obtener el doble y la mitad y resolver problemas con los números cardinales del 0 al 10 y aún con los ordinales. Surge entonces la interrogante ¿y ahora como hacemos para que hagan lo mismo hasta el 20? En este intento, nace un nuevo concepto el de la decena, y es necesario explicar cómo se construye una decena y como se usa el tablero posicional. Ahora con un mayor panorama y una mejor base pues ya saben contar hasta el 10 nos toca ingresar en el campo de los números del 0 al 20.

1.2.2.2 Presentación de la decena y unidades

Como mencionamos aquí nace el concepto de decena, y la adición de unidades para así formar añadiendo uno más a los números del 10 al 20. Un punto de partida interesante es partir del juego de los mismos niños formando rondas de 10 niños y luego añadiendo uno más fuera de la ronda para formar 11 como $10+1$, luego 12 como $10+2$ y así sucesivamente hasta formar 2 rondas de 10 e internalizar 20 como $10 + 10$.

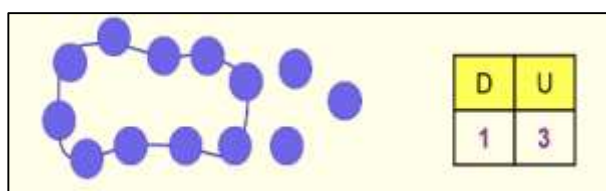
Pero aparte de los juegos que se nos puede ocurrir con sus propios movimientos como por ejemplo el de los batallones de 10 y la escolta, debemos pensar en la utilización de material concreto.

1.2.2.3 Instrumentos usados para la construcción de los números del 11 al 20

1.2.2.3.1 Collares y Cuentas.

Este instrumento nos permite la agrupación de 10 unidades de bolitas para formar una decena agrupados en un collar, y existen unidades sueltas fuera del collar para añadir a la decena y formar números del 11 al 20.

Figura 18. Collar de descomposición de la decena y unidades

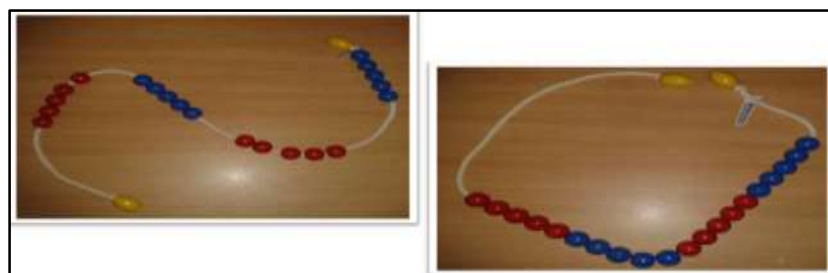


Fuente: Elaboración propia.

1.2.2.3.2 Cadenas de cuentas

Este material es muy usado para contar en agrupaciones ya que viene en unidades de 20 con bolitas de diferentes colores por lo general de color azul y rojo. Para contar podemos hacerlo agrupando 10 con ayuda de los colores y a partir de ello, añadir una bolita consecutivamente para formar los números subsiguientes

Figura 19. Collares de 2 decenas de cuentas



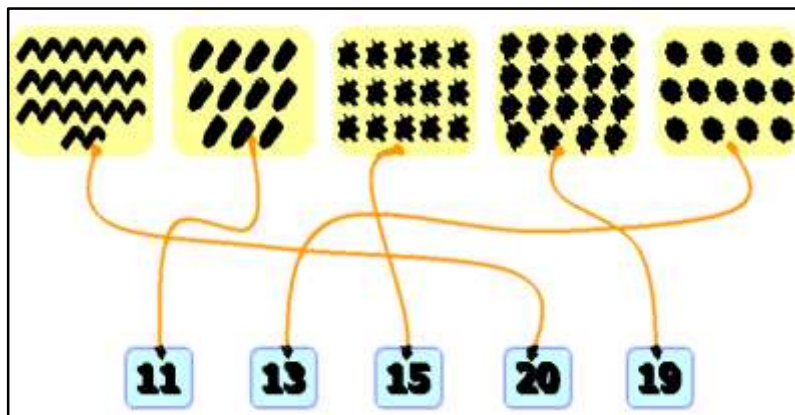
Fuente: Fotografía del material del Colegio Peruano Alemán A.Von Humboldt

1.2.2.3.3 Carteles de Apareamiento

Los carteles de apareamiento son técnicas muy didácticas en donde el niño va a usar dos conceptos vistos anteriormente el de relación y correspondencia, y lo va a plasmar uniendo con flechas la cantidad (el conjunto de objetos) con el símbolo gráfico del número llamado “numeral”

Los carteles de apareamiento del 11 al 20 pueden identificarse enlazando 10 elementos con un plumón y luego contar los demás para enumerar con rapidez y sin confusión.

Figura 20. Tarjetas numéricas hasta 20



Fuente: Elaboración propia.

1.2.2.3.4 Atado de Palitos para trabajar los cálculos en base a 10

Este material es similar a los collares y cuentas pues nos permite la agrupación de 10 unidades con ataduras de ligas u otro material para unir una decena y existen palitos sueltos con los que vamos a añadir a la decena las unidades correspondientes a los números del 11 al 20 para luego ubicar la decena y las unidades en el tablero de valor posicional.

Figura 21. Atados de palitos con la decena y unidades



Fuente: Elaboración propia.

Este material puede servirnos para practicar la descomposición y luego la adición en base al 10. Así podemos afirmar para desarrollar la adición:

$$\begin{array}{ll} 13 \text{ es } 10 \text{ y } 3, \text{ es decir } 13 = 10 + 3 & \text{y por tanto } 10 + 3 = 13 \\ 16 \text{ es } 10 \text{ y } 6, \text{ es decir } 16 = 10 + 6 & \text{y por tanto } 10 + 6 = 16 \end{array}$$

Y también puede servirnos para entender la sustracción como inversa de la adición, taly como lo debemos hacerlo previamente del 0 al 10 ($4 + 2 = 6$ entonces $6 - 2 = 4$):

$$\begin{array}{ll} \text{Si } 10 + 3 = 13 \text{ entonces } 13 - 3 = 10 & \text{y cambiando los términos } 13 - 10 = 3 \\ \text{Si } 10 + 6 = 16 \text{ entonces } 16 - 6 = 10 & \text{y cambiando los términos } 16 - 10 = 6 \end{array}$$

Por último, podemos plantear problemas orales como éstos:

- Tenía 10 lápices en mi cartuchera y aumenté 3 ¿cuántos tengo?
- Tenía 13 plumones y regalé 3, ¿cuántos me quedaron?
- Tenía 10 cuentos en mi estante y mi papá me compró algunos y ahora tengo 13 ¿cuántos me compró mi papá?

1.2.3 Estrategias de cálculo por analogía hasta el 20

1.2.3.1 ¿Qué es un cálculo por analogía?

El cálculo por analogía es aquel, que para llegar a la solución se resuelve por el método de comparación llamado también principio de analogía con una situación anterior, ya sea ésta con la decena, con la centena o con el millar.

A. Con la decena hasta 20

$$\begin{array}{l} \text{Si } 2 + 5 = 7 \\ \text{entonces } 12 + 5 = 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Si } 8 - 3 = 5 \\ \text{entonces } 18 - 3 = 15 \end{array}$$

B. Con la centena hasta 100

$$\begin{array}{l} \text{Si } 2 + 5 = 7 \\ \text{entonces } 20 + 50 = 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Si } 8 - 3 = 5 \\ \text{entonces } 80 - 30 = 50 \end{array}$$

C. Con el Millar hasta 1000

$$\begin{array}{l} \text{Si } 20 + 50 = 70 \\ \text{entonces } 200 + 500 = 700 \end{array}$$

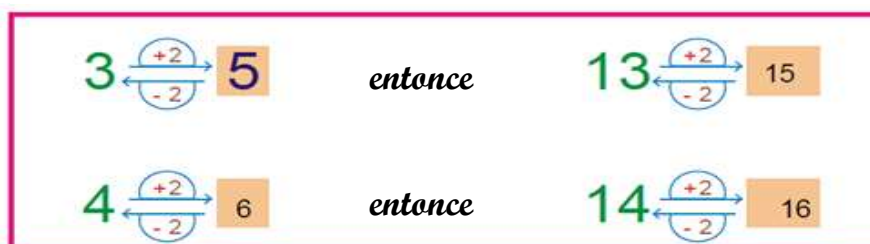
$$\begin{array}{l} \text{Si } 80 - 30 = 50 \\ \text{entonces } 800 - 300 = 500 \end{array}$$

1.2.3.2 Ejercicios, juegos y problemas con cálculos por analogía

A. Ejercicios aplicando la “propiedad contraria” o de la reversibilidad

En este ejercicio vamos a aplicar el principio de analogía utilizando la propiedad contraria, es decir si usamos la suma entonces lo contrario a usar será la resta.

Figura 22. Analogía aplicando la propiedad contraria

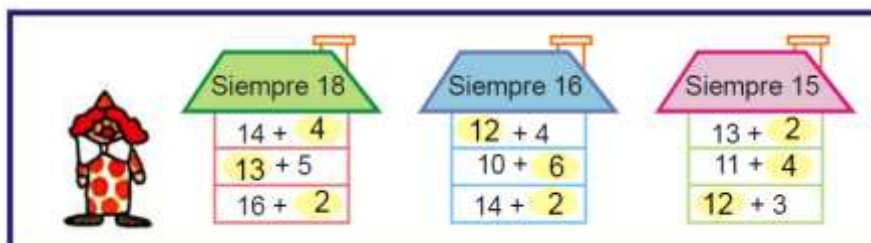


Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

B. Actividades por analogía usando la “operación siempre” o constancia de la adición.

En este ejercicio nos piden completar con números los círculos amarillos de tal manera que la suma horizontal de cada fila siempre sea igual a la cifra que se visualiza en el techo de la casita para nuestro ejemplo.

Figura 23. Analogía aplicando la operación siempre

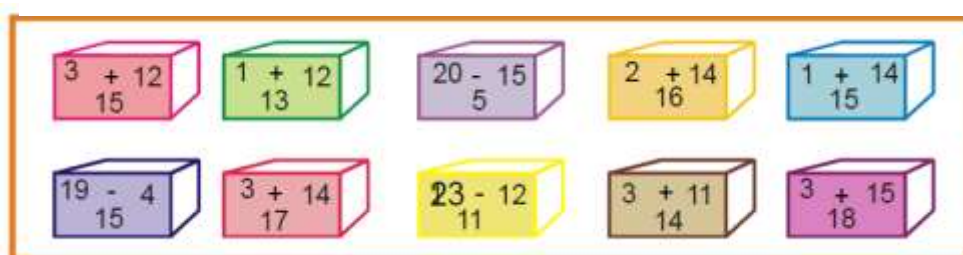


Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

C. Actividades por analogía usando la Familia de operaciones

Consiste en analizar cada caja de la primera fila y unirla con la caja de la segunda fila que represente la operación contraria. Luego indicar las 4 operaciones vinculadas.

Figura 24. Analogía aplicando la familia de operaciones



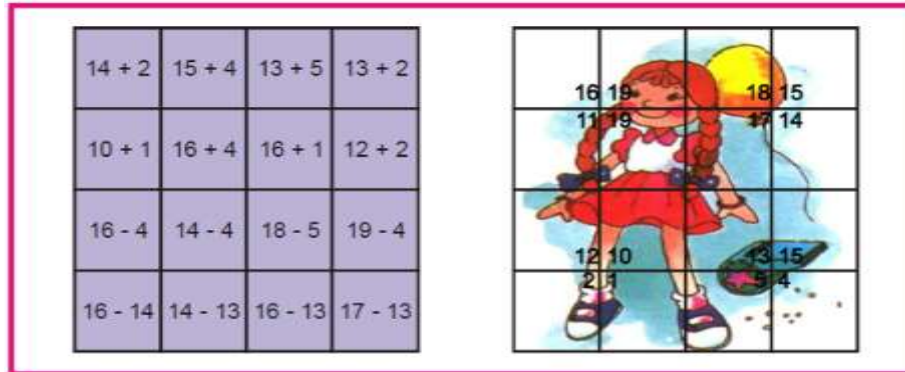
Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

Rompecabezas de adición y sustracción por analogía

D. Juegos de rompecabezas usando cálculos por analogía hasta 20.

Se recortan las piezas, se entrecruzan y se colocan sobre el tablero de cálculo.

Figura 25. Rompecabezas hasta el 20 por analogía.

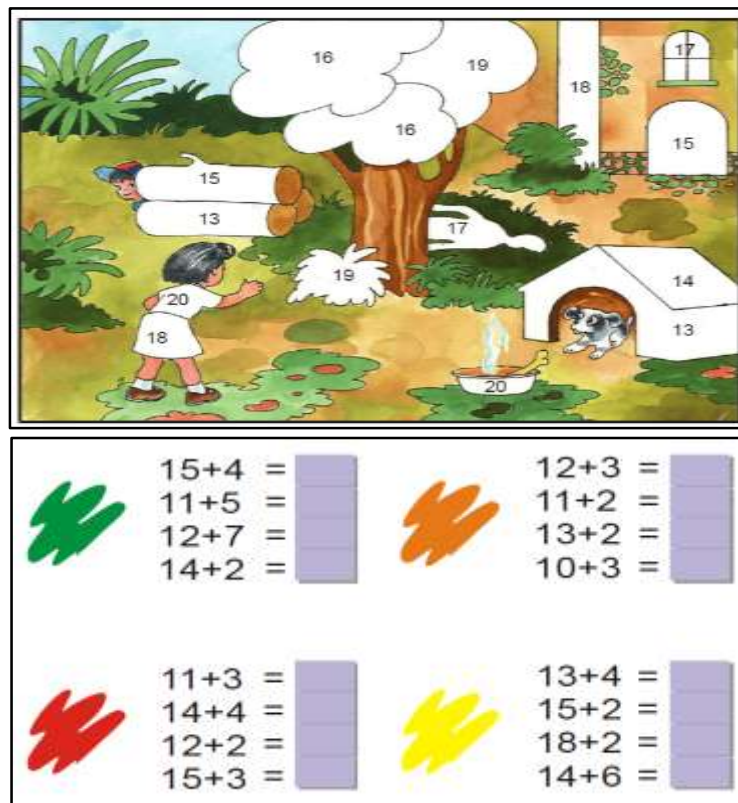


Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

E. Juegos de pintar según una pauta de color usando cálculos por analogía.

En el siguiente ejemplo repasamos los cálculos por analogía, siguiendo la pauta de colores indicada.

Figura 26. Juego con pauta de colores por analogía



Fuente: Ferro. A. (2002) Nico juega con las matemáticas 2.

F. Problemas usando cálculos por analogía

Se presentan problemas que pueden solucionarse por analogías, es decir haciendo comparaciones con los cálculos de la primera decena.

Figura 27. Problemas por analogía hasta 20

a) *María preparó pasteles. Después de invitar 12 le quedaron 4.
¿Cuántos pasteles preparó?*

b) *Lucía tenía 18 globos. Se le reventaron algunos y le quedaron 13.
¿Cuántos globos se le reventaron?*

Fuente: Elaboración propia

1.3 Técnicas de cálculo pasando la decena hasta el 20

1.3.1 Definición de cálculo pasando la decena

En un cálculo de suma pasando la decena hasta el 20 al menos uno de los dos sumandos es 6, 7, 8 o 9 y junto con el otro sumando pasan el 10. Si a estos cálculos les aplicamos la operación contraria obtenemos el cálculo pasando la decena por sustracción. Ejemplos:

- $5 + 9 = 14$ entonces $14 - 9 = 5$
- $7 + 8 = 15$ entonces $15 - 8 = 7$

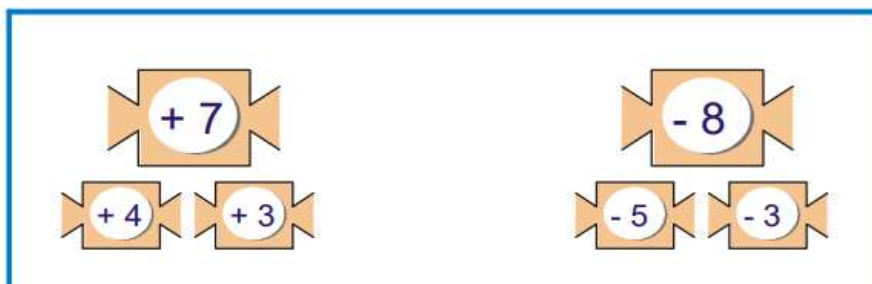
1.3.2 Estrategias para pasar la decena por descomposición

Los requisitos para sumar y restar por descomposición y completando la decena son dos:

- a) Saber descomponer un operador que indica sumar o restar en dos operadores.

En el siguiente ejercicio con máquinas, se pide al niño que descomponga los operadores +7 y -8

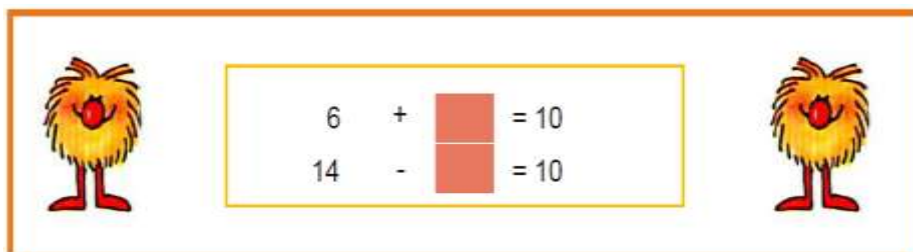
Figura 28. Dos ejercicios para descomponer + 7 y - 8



Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

- b) Saber completar el complemento aditivo o sustractivo hasta el 10. En este ejercicio para completar el complemento aditivo cuya suma sea 10 se pide hallar el 6 y en el segundo caso se pide hallar el complemento sustractivo que es el 4.

Figura 29. Dos ejercicios para hallar el complemento aditivo y sustractivo.



Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

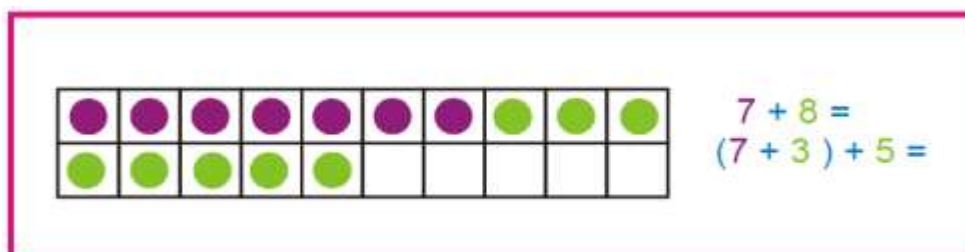
1.3.3 Ejercicios de suma con materiales completando la decena

Para enseñar a sumar completando la decena hemos preparado una cuadrícula con 20 cuadritos dispuestas en 2 líneas. La cuadrícula nos permite calcular utilizando círculos de dos colores para representar los datos de los problemas dados

Mariana tiene 7 gemas moradas y se compra 8 verdes para hacerse un collar. ¿Cuántas gemas tendrá en total?

Colocamos en la cuadrícula 7 gemas moradas o fichas de un color y luego completamos las 8 con fichas de otro color poniendo 3 en la primera fila y para que sean 8, 5 en la segunda fila. Así comprobamos que el collar de Mariana tiene 10 gemas en la primera y 5 en la segunda lo que nos da 15. De este modo el niño puede observar que el collar de Mariana tiene 15 gemas.

Figura 30. Estrategia para resolver una adición pasando la decena.



Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

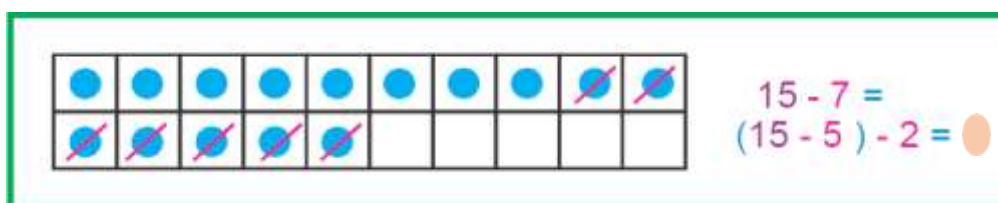
1.3.4 Ejercicios de resta con materiales completando la decena

Con la misma cuadrícula, pero utilizando gemas de un solo color podemos plantear problemas de sustracción.

Mariana tenía S/ 15 y se compró un broche para su collar que le costó S/ 7. ¿Cuánto dinero le quedó?

Colocamos 15 gemas o piedritas de un solo color y quitamos las de la segunda fila que en este caso son 5 y luego 2 más para que sean 7 y podemos hallar que nos quedan 8. De este modo el niño responderá que a Mariana le quedan 8 soles.

Figura 31. Estrategia para resolver una sustracción pasando por el 10.



Fuente: Ferro. A (2007) Construcción de los primeros cardinales.

CAPÍTULO II:

ESTRATEGIAS Y TÉCNICAS DE CÁLCULO MENTAL EN SEGUNDO GRADO

Las estrategias del cálculo mental permiten desarrollar la agilidad mental y el uso de las propiedades matemáticas. Asimismo, el dominio de las estrategias básicas del cálculo mental desarrolla el sentido numérico y facilitan los procesos de estimación. A través de ésta, se facilita en el futuro el cálculo de grandes números y de este modo se convierte en una poderosa herramienta matemática para resolver situaciones de la vida diaria.

2.1 Descripción del cálculo mental

El cálculo mental es una forma de calcular solo con la mente: “el cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando solo el cerebro sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel” (Fernández M. 2008, pag.17). También se define como “el cálculo de cabeza o de memoria, sin ayuda externa y con datos exactos” (Ortiz y Ortega, 2009, p. 96).

Desde nuestra perspectiva, defendemos la necesidad de enseñar a los estudiantes las diversas estrategias de cálculo para que ellos las asimilen y sean capaces de seleccionar la más conveniente al resolver la ejecución de un problema o al menos de estimar su resultado con agilidad. ¿Se logra este objetivo actualmente? “Una de las ventajas de usar el cálculo mental es que da seguridad al alumno, pues le ayuda a desarrollar habilidades intelectuales, tales como la atención y la concentración, sin embargo, lamentablemente en la práctica esto no es así, ya que la enseñanza del cálculo se da de una manera tradicional realizando la práctica algorítmica por repetición” (Vásquez, 1994, p. 49).

2.2 Principios del cálculo mental

Ramírez de Ferro (2007) sostiene que no hay reglas fijas en el cálculo mental sino estrategias y se suelen utilizar con ellas cierto principios básicos y propiedades matemáticas (p. 52). Esta actividad mental le confiere a quien lo practica capacidades de análisis y toma de decisiones con rapidez evitando así la memorización mecánica. Estas estrategias se basan en los siguientes principios básicos:

- a. El principio de analogía: Consiste en generalizar una estrategia para otros ejercicios o situaciones similares, es decir los comparamos con una situación anteriormente

trabajada. Esto quiere decir, si un estudiante puede captar un cálculo como $6 + 3 = 9$, entonces será capaz de deducir por analogía que $60 + 30 = 90$ o que $600 + 300 = 900$. Y si el doble de 2 es 4, entonces el doble de 20 es 40 y el doble de 200 será 400.

- b. El principio de descomposición: Consiste en descomponer los términos de un cálculo de modo que se realicen dos operaciones más simples en lugar de una compleja. Por ejemplo, si para un estudiante es complicado sumar $43 + 26$, puede descomponerlo efectuándolo mentalmente de diversas maneras:

$$43 + 26 = 43 + (20 + 6) = (43 + 20) + 6 = 63 + 6 = 69 \text{ o también}$$

$$43 + 26 = 40 + 20 + 6 + 3 = 60 + 9 = 69$$

- c. El principio de compensación: En el caso de la adición, se resuelven los cálculos aumentando un número al operador y luego restándole el mismo número. Por ejemplo, si estamos sumando $36 + 9$ lo convertimos en $36 + 10 - 1$ y así facilitamos el cálculo porque $46 - 1$ es 45.

El niño debe comprender que sumar 9 equivale a sumar 10 y restar 1.

En el caso de la sustracción aumentamos un número al sustraendo para restar 10 en vez del número dado y luego, le aumentamos el mismo número. Así, por ejemplo, $36 - 8$ equivale a $36 - 10 + 2$ y así facilitamos el cálculo porque $26 + 2$ es 28. El niño debe comprender que restar 8 equivale a restar 10 y aumentar 2.

Figura 32. Suma y resta, principio de Compensación.

Sumar 9 equivale a sumar 10 y quitar 1.

Restar 9 equivale a restar 10 y aumentar 1.

Fuente: Elaboración propia

2.3 Construcción de la centena

2.3.1 Materiales didácticos a utilizar

Los materiales didácticos son los recursos con los que cuenta el maestro para elevar la calidad educativa, ayudando a mejorar la enseñanza que brinda a sus alumnos y buscando con la manipulación individual el desarrollo del aprendizaje autónomo de los niños.

Presentaremos tres materiales de los diversos que existen en el mercado:

- El ábaco chino
- El cuadrado cien
- El tablero de valor posicional

2.3.1.1 El ábaco chino

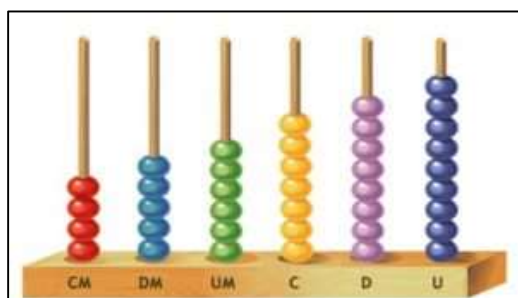
Aunque en el ámbito escolar se usa uno sencillo para escribir los números teniendo en cuenta su valor de posición, el ábaco que tradicionalmente han usado los chinos puede considerarse la primera máquina de cálculo con la cual se podía no solo sumar y restar sino también multiplicar y dividir.

Flores afirma del clásico ábaco chino lo siguiente: “Se compone de una serie de hileras formadas por una serie de cuentas insertadas en una varilla por la que pueden deslizarse libremente, representando de esa manera un número del 0 al 9” (Utrera, J. R. 2008)

“La primera hilera de la derecha corresponde a las unidades, la segunda a las decenas, la tercera a las centenas y así sucesivamente. Cada una de estas hileras se halla dividida en dos mitades” La inferior tiene diez cuentas y cada vez que se completa a diezen una hilera, esto se canjea por uno del siguiente orden.

La versión en nuestras escuelas básicamente se usa para practicar la escritura de números hasta 999 999. Para el 2º grado nos bastará usar las tres primeras columnas.

Figura 33. *El ábaco chino*




Fuente: Adaptación del Material de Clase de la Dra. Ferro A

2.3.2 El cuadrado cien

El cuadrado cien representa a la centena y es un cuadrado que tiene en cada fila una decena desde el 10 hasta el 100. El trabajo del alumno consiste en ubicar el lugar de cada número cuando sólo tiene la primera decena del 1 al 10 y la primera columna del 1 al 91.

Figura 34. *El cuadrado cien*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<p>Ubica los siguientes números en el campo de la centena:</p> <p>18 27</p> <p>32 44</p> <p>56 66</p> <p>75 83</p> <p>99</p> 
11							18		20	
21						27			30	
31	32									
41			44							
51					56					
61					66					
71				75						
81		83								
91								99		

Fuente: Ferro. A (2024) Recreación del libro Matemática 2

Figura 35. *El cuadrado cien después de completado el trabajo*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fuente: Ferro. A (2024) Recreación del libro Matemática 2

2.3.3 El tablero posicional

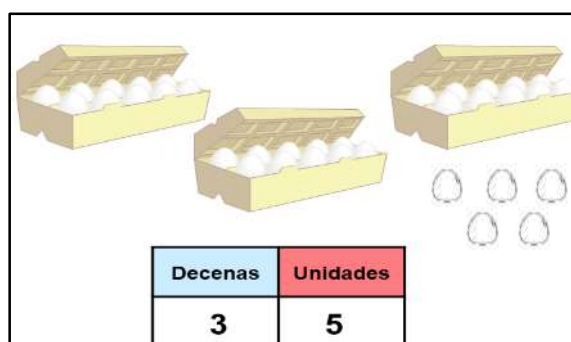
El tablero posicional indica el valor que adquiere cada dígito o cifra de un número que depende de la posición que ocupe en el mismo. Usando este material, el rotafolio espiral o el rotafolio giratorio podemos lograr fácilmente el aprendizaje del valor posicional.

- a) Número y dígito: Los números están formados por dígitos. Por ejemplo, el número 37 está formado por dos dígitos: el dígito 3 y el dígito 7.



- b) Valor posicional: El valor posicional es el valor que adquiere un dígito dependiendo de la posición que ocupe en el número. Aquí representamos el 35.

Figura 36. Representación gráfica de 3 decenas y 5 unidades.



Fuente: Elaboración propia

El valor posicional del dígito 5 es de 5 unidades y el valor posicional del dígito 3 es de 3 decenas.

2.4 La construcción del sentido numérico

2.4.1 El sentido numérico para contar, ordenar, medir y calcular

El Sentido numérico ha sido estudiado para profundizar el uso del número en la Primaria y especialmente, nos interesan las estrategias de aprendizaje que pueden usarse en 1° y 2° grado. Comprende cuatros aspectos del uso del número:

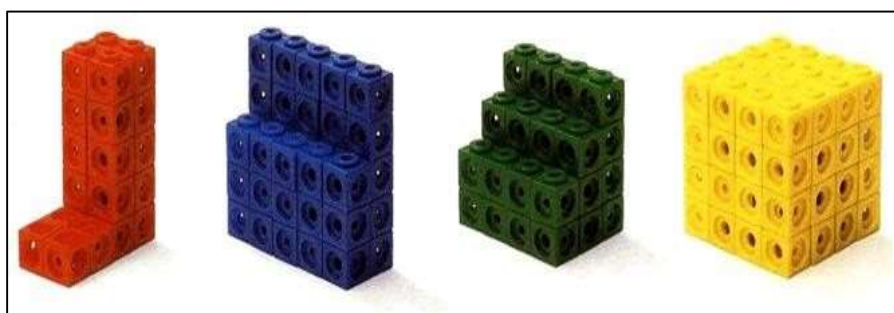
- A. El número que cuenta
- B. El número que ordena
- C. El número que mide
- D. El número como operador

A. El número que cuenta: El niño necesita conocer el cardinal o “número que cuenta” que permitan al niño contar discriminando los elementos del conjunto indicado. Puede tratarse de determinar el número de personas que hay en un salón, el número de aves en una ilustración o el número de cubos o paquetes en una construcción donde no necesariamente se observan éstos directamente. Es importante que este aprendizaje se sustente en la realidad y que, quién aprenda, lo haga otorgando en la aplicación matemática la utilidad que representa” (Méndez, 2022).

Algunas estrategias para contar son:

- I. El uso de cubitos de construcción llamados cubitos link. - Al observarlos podemos contar cada piso o cada columna y sumar el total o usar la multiplicación y restar.

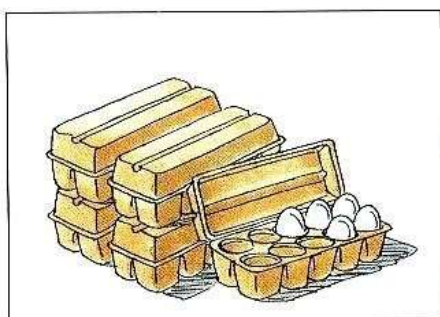
Figura 37. *Cubitos Link para entrenar el conteo*



Fuente: Keller- Pfaff (2010) Das Mathebuch 2.

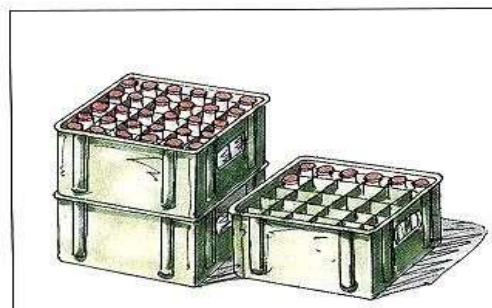
- II. Contamos objetos envasados. - Se cuenta los objetos según la cantidad estimada por envase, para así determinar el total.

Figura 38: *Cajita de Huevos*



Fuente: Keller- Pfaff (2010)
Das Mathebuch 2.

Figura 39. *Cajas de botellas*



Fuente: Keller- Pfaff (2010)
Das Mathebuch 2.

- III. El conteo agrupando decenas. - Se cuenta por medio de la agrupación de objetos en conjuntos de una decena para así estimar la cantidad total solicitada.

Figura 40. Agrupación de aves



Fuente: Masami Isoda (2012) Matemáticas para la educación normal Vol1, Tomo II – México.

B. El número que ordena: Es el número que permite al niño identificar un lugar en una serie ordenada de elementos que van del 1°, 2°, 3°... al 100° elemento. El número ordinal permite a los niños localizar los objetos tanto en el espacio como en el tiempo. Por ejemplo, se puede ubicar el ordinal en una sola fila como también el ordinal respecto a varias. Es decir, en una clase de niños puedo ubicar el tercer niño de la primera fila o el tercer niño de la quinta fila. Veamos tres estrategias para ordenar:

- I. Establecer orden en las filas: Se puede ordenar horizontalmente en una o varias filas.

Ejemplo: Señala a Nico que va en la segunda ventana del quinto vagón.

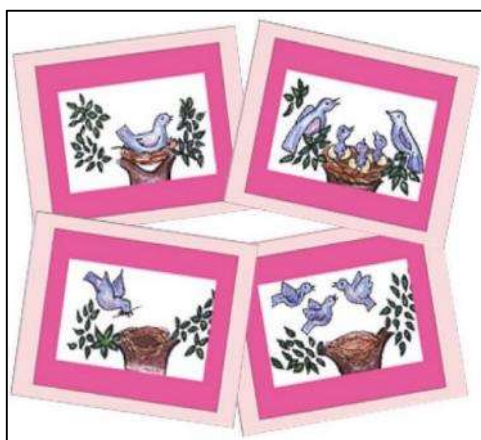
Figura 41. Vagones de un trencito



Fuente: Ferro, A (2007) Nico juega con las matemáticas 1

II. Ordena las etapas de una historia: En este caso se narra una historia y coloca las tarjetas en el orden del relato: primera, segunda, tercera y cuarta tarjeta, según tu relato.

Figura 42: Cuadros de aves



Fuente: Keller- Pfaff (2010).

III. Localizar un objeto en el “Cuadrado 100”: En esta estrategia, los niños aprenden a ubicar un objeto considerado su lugar en cada fila. Por ejemplo:

- a) ¿Qué juguete encuentras en el quinto lugar de la tercera fila?
- b) ¿En qué lugar encuentras al pollito?

Figura 43. Cuadrado 100



Fuente: Keller- Pfaff (2010).

C. El número que mide: Según Freudenthal (1983) las partes y el todo se comparan numéricamente según medidas que pueden variar y solo tendrá sentido cuantificar las veces que una parte cabe en un todo si las partes se consideran como equivalentes; para ello se puede usar el criterio de número de elementos o valor de cierta magnitud.

I. El proceso de medir parte de la comparación para determinar cuántas veces una cierta unidad entra en una cantidad dada. Afirma Freudenthal que este aspecto del número está ligado a la proporcionalidad.

Figura 44. Comparando lápices de diversa longitud



Fuente: Ferro, A. (2008) Didáctica de la Matemática 2

II. Es también importante la medición utilizando medidas corporales como el paso y la cuarta. Es recomendable medir los objetos de la clase con el pie, el paso, el codo, la brazada, etc.

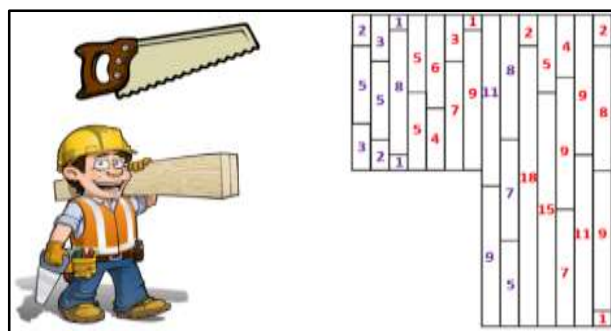
Figura 45. Medidas con el cuerpo



Fuente: Ferro, A. (2008) Didáctica de la Matemática 2.

III. En el proceso inicial podemos considerar como unidades base los clips, palitos de fósforos o de helados y las regletas. En este caso con las regletas de números en morado completamos con lápiz rojo las restantes.

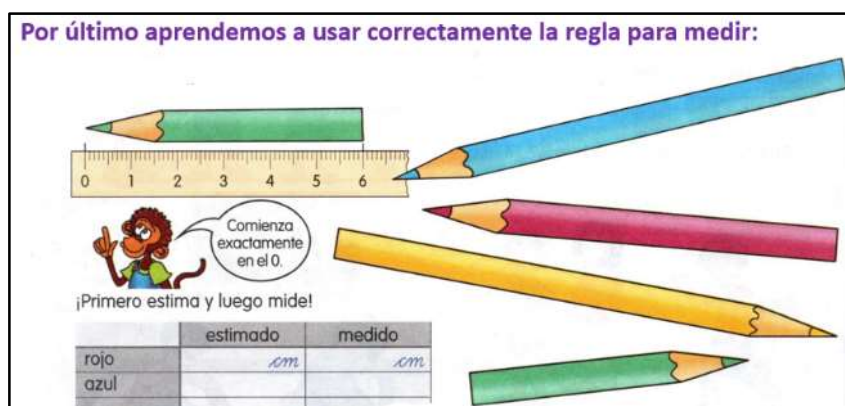
Figura 46. Comparando en base a regletas.



Fuente: Masami Isoda (2012) Matemáticas para la educación normal Vol1, Tomo II - México

IV. Finalmente presentamos las unidades base aceptadas por convención universal como son el centímetro y el metro, el kilogramo y el litro.

Figura 47. Medimos con la regla nuestros lápices de colores



Fuente: Ferro, A. (2008) Didáctica de la Matemática 2.

D. El número como operador, base del cálculo mental: El operador o número que opera es el número que expresa una orden de cálculo. Así, el 2 como número que cuenta es diferente a decir “+2”, “-2”, “x2” o “el doble” y “:2” o “la mitad”. Tal diferencia se da porque el operador es el número en la función de tener asignada una operación de cálculo. (Ramírez de Ferro, 2006)

La noción de operador nos permite abordar la adición y sustracción por descomposición de operadores en el cálculo mental. Por ejemplo, podemos sumar $68 + 7$ descomponiendo el operador $+7$ en dos operadores $+2$ y $+5$:

$$68 + 7 = 68 + 2 + 5 = 70 + 5 = 75$$

$$69 + 9 = 69 + 10 - 1 = 79 - 1 = 78$$

¿Como trabajar el número que opera en el primer y segundo grado?

Hablar del número como operador nos lleva a preguntarnos cómo vamos a trabajar las operaciones hasta 100 en el segundo grado pues en el primero les enseñamos a calcular y resolver problemas de 0 a 20.

Ahora en el segundo grado debemos decidir si usamos el método de calcular mentalmente hasta 100 o la técnica operativa de calcular en columna utilizando el algoritmo de la adición y sustracción.

Lo que si conviene es usar paralelamente al cálculo material concreto estructurado como los cubitos Link y las regletas o material no estructurado como cuentas o semillas y desde luego descartar el uso de la calculadora.

2.5 Calculamos mentalmente hasta 100

Dice Ferro en su lectura “Calculamos mentalmente hasta 100” que es necesario esperar que el alumno domine los cálculos hasta 20 utilizando las propiedades en forma lúdica y al mismo tiempo resolviendo problemas, para iniciar la construcción de la centena y efectuar los cálculos básicos en dicho campo.

Cockcroft, (1985, 26) afirmaba que “la necesidad de saber realizar cálculos aritméticos de diferentes clases aparece entre las exigencias matemáticas de casi todos los tipos de empleo. Estos cálculos se hacen a veces mentalmente, a veces con papel y lápiz y otras con calculadora”. Desde luego la calculadora no es la mejor opción y habría que descartarla en el segundo grado.

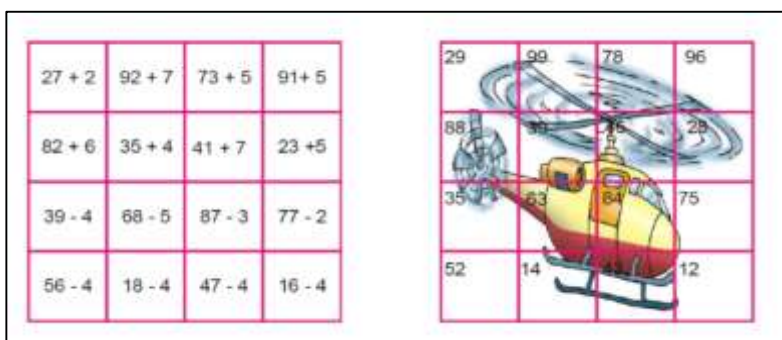
Según el método alemán el cálculo mental hasta 100 tiene las siguientes 4 etapas:

- 2.5.1 Cuando el operador es un dígito.
- 2.5.2 Cuando el operador tiene al menos una decena neta.
- 2.5.3 Cuando los cálculos requieren el principio de analogía sin decenas netas.
- 2.5.4 Cuando los cálculos requieren la descomposición o compensación.

2.5.1 Cuando el operador es un dígito: Aquí tenemos dos casos: que el dígito se resuelva por analogía o que se resuelva pasando la decena.

2.5.1.1. Cuando el operador es un dígito por analogía: Para ilustrar esta fase presentamos un rompecabezas que tiene 16 cálculos en los cuales el operador es un dígito que se opera por analogía. Utilizamos 8 cálculos de adición como 8 cálculos de sustracción. Ejemplo: $32 + 7 = 39$ (Es analogía porque $2 + 7 = 9$)

Figura 48. Rompecabezas de cálculos por analogía cuando el operador es



Fuente: Ferro, A (2008) Didáctica de la Matemática 2.

2.5.1.2 Cuando el operador es un dígito pasando por la decena.

Para ilustrar esta etapa presentamos un juego de dominó de 28 piezas empleando 14 de adición y 14 de sustracción. Ejemplo: $38 + 7 = 45$ Pasamos mentalmente por la decena así: $38 + 2 + 5 = 45$ o $67 - 8 = 59$ así: $67 - 7 - 1 = 59$

Figura 49. Dominó por un dígito pasando la decena



Fuente: Ferro, A (2008) Didáctica de la Matemática 2.

2.5.2 Cuando el operador tiene al menos una decena neta.

2.5.2.1 Cuando los cálculos tienen sólo decenas netas.

Las decenas netas son las que terminan en cero y se resuelven por analogía.

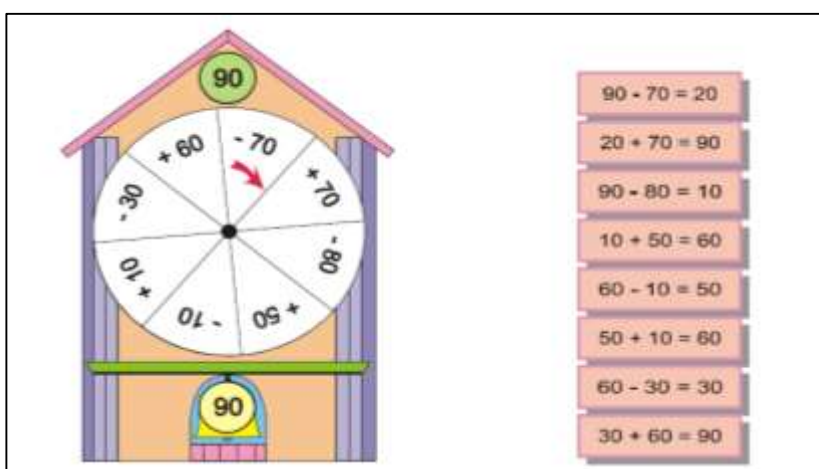
Ejemplos:

$$40 + 50 = 90$$

$$90 - 50 = 40$$

Diseñamos un reloj de cálculo con ejercicios de adición y sustracción entre decenas netas. Trazamos el reloj de cálculo para 8 operaciones, pegamos atrás la columna de las respuestas. El círculo del reloj de cálculo gira hacia la derecha.

Figura 50. Reloj de cálculo con decenas netas.



Fuente: Ferro, A (2008) Didáctica de la Matemática 2

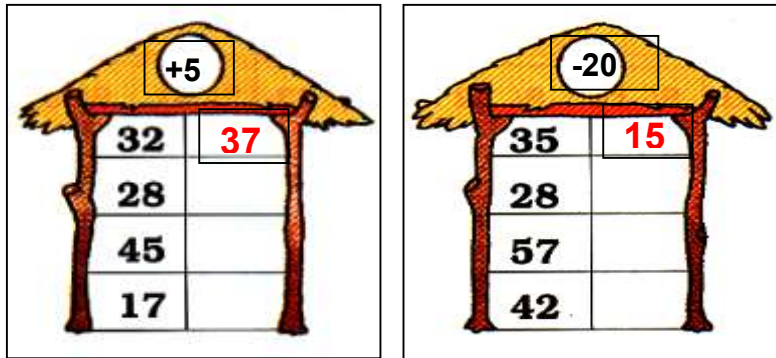
2.5.2.2 Cuando los cálculos tienen sólo una decena neta.

En este caso los cálculos también se resuelven por analogía.

Ejemplos:

$$\begin{array}{ll} 28 + 20 = 48 & 35 + 30 = 65 \\ 48 - 20 = 28 & 75 - 40 = 35 \end{array}$$

Figura 51. Tablas de operadores donde falta la salida



Fuente: Ferro, A (2008) Didáctica de la Matemática 2

2.5.3 Cuando los cálculos requieren el principio de analogía sin decenas netas.

Ahora utilicemos cálculos con dos cifras que no tienen decenas netas y que también se resuelvan por analogía. Observa los ejemplos y la analogía.

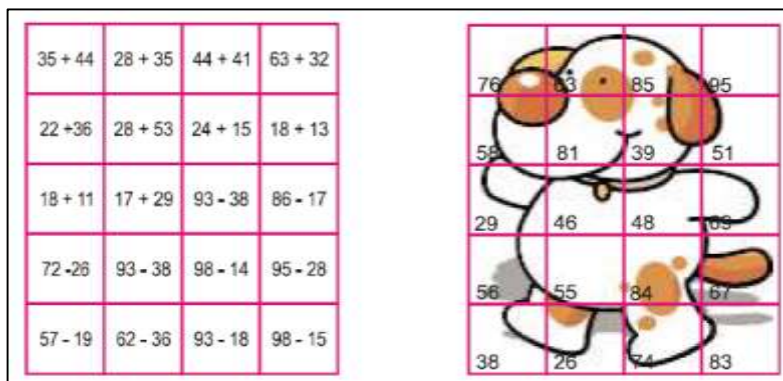
$$32 + 45 = 32 + 40 + 5 = 77 \quad 48 - 24 = 48 - 20 - 4 = 24$$

también:

$$32 + 45 = 32 + 5 + 40 = 77 \quad 48 - 24 = 48 - 4 - 20 = 24$$

Ilustramos este caso con el rompecabezas de 20 piezas, 5 de largo y 4 de ancho. incluimos 10 de adición y 10 de sustracción.

Figura 52. Rompecabezas con cálculos sin decenas netas por analogía.



Fuente: Ferro, A (2008) Didáctica de la Matemática 2.

2.5.4 Cuando los cálculos requieren la descomposición o compensación.

En este último caso se trata de cálculos pasando la decena o lo que nosotros llamamos cálculos “llevando” en la adición o “prestando” en la sustracción.

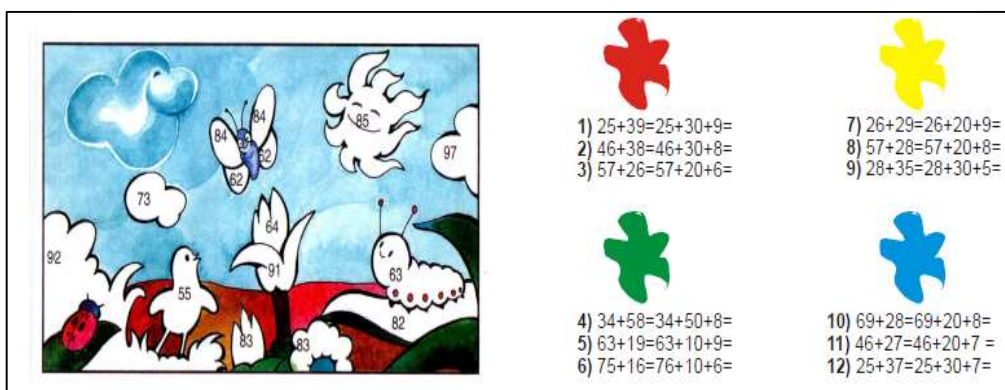
Aquí tenemos dos casos:

2.5.4.1 Cuando se trata de cálculos pasando la decena de adición.

En este caso los cálculos deben pasar la decena para aplicar descomposición y la técnica de completar a la decena próxima. Observa el proceso por escrito en cada caso. Posteriormente este proceso debe ser efectuado mentalmente y con rapidez hasta lograr agilidad mental.

- $35 + 28 = 35 + 20 + 8 = 55 + 5 + 3 = 63$ (Aplicando la descomposición)
 $35 + 28 = 35 + 30 - 2 = 65 - 2 = 63$ (Aplicando la compensación)
- $37 + 57 = 37 + 50 + 7 = 87 + 3 + 4 = 94$ (Aplicando la descomposición)
 $37 + 57 = 37 + 60 - 3 = 97 - 3 = 94$ (Aplicando la compensación)

Figura 53. Cálculos de adición pasando la decena I



Fuente: Ferro, A (2012) Nico juega con la matemática 2.

2.5.4.2 Cuando se trata de cálculos pasando la decena de sustracción.

En este caso el operador debe descomponerse en la decena neta y su complemento y luego aplicar la sustracción pasando por la decena anterior. Justificamos el proceso por escrito, que luego debe ser mental en cada caso:

- $42 - 25 = 42 - 20 - 5 = 22 - 2 - 3 = 17$ (Aplicando la descomposición)
- $76 - 37 = 76 - 40 + 3 = 46 - 6 - 1 = 39$ (Aplicando la compensación)

Presentamos un juego para pintar sombreando las áreas de respuesta hasta encontrar los animalitos escondidos. Empleamos 10 cálculos de adición, la mayoría de los cuales es conveniente resolver por compensación y en el otro, 10 de sustracción.

Figura 54. Cálculos de adición pasando la decena II

Animalitos escondidos

Pinta las áreas de respuesta según el color indicado.

1) $28+36=$ 64
 2) $44+28=$ 72
 3) $37+14=$ 51
 4) $45+49=$ 94
 5) $26+47=$ 73
 6) $48+29=$ 77

7) $34+59=$ 93
 8) $67+28=$ 95
 9) $48+26=$ 74
 10) $26+39=$ 6

Fuente: Ferro, A (2012) Nico juega con la matemática 2.

Figura 55. Cálculos de sustracción pasando la decena

23, 63, 4, 5, 2, 57, 47, 53, 75, 50

83-26=
 63-37=
 72-16=
 84-38=
 73-28=
 92-27=
 93-18=
 74-45=
 91-28=
 72-10=

Fuente: Ferro, A (2012) Nico juega con la matemática 2.

CAPÍTULO III:

SINTESIS DE ALGUNAS OTRAS PROPUESTAS DE INVESTIGACIONES PARA ENSEÑAR EL CONTEO Y CÁLCULO MENTAL EN EL NIVEL PRIMARIO

3.1 El conteo en educación infantil (autor: Paula Matilla Fernández)

3.1.1 El conteo “Una habilidad indispensable”: El conteo es considerado por muchos autores como una habilidad imprescindible que los niños deben adquirir para interiorizar contenidos matemáticos. el conteo tiene una relación con la cardinalidad muy importante desde los 2 hasta los 8 años (Chamorro, 2005).

Tabla 1: Trayectoria para el aprendizaje del conteo según Clements y Sarama (2015)

Edad (años)	Fase
1	<u>Pre-Contador</u> : el niño es capaz de expresar algunos números de forma verbal, pero sin tener en cuenta la secuencia numérica. <u>Corista</u> : repite algunos números de forma verbal.
2	<u>Recitador</u> : los niños son capaces de contar verbalmente hasta el cinco, pero no siempre de forma correcta.
3	<u>Recitador hasta el 10</u> : pueden contar de forma verbal hasta el 10 dando lugar a la correspondencia. <u>Corresponder</u> : se establecen las primeras correspondencias término a término entre los objetos y el nombre de los números siempre y cuando estén dispuestos en fila.
4	<u>Contador</u> : comienzan a contar elementos hasta el 5 sin cometer errores y son capaces de comprender que el último número es el total de elementos que forman la colección. <u>Contador hasta el 10</u> : tienen la posibilidad de escribir los números del 1 al 10. Además, empieza a desarrollarse la capacidad para identificar el número anterior y el posterior. <u>Productor de números pequeños</u> : los niños cuentan elementos de uno en uno hasta el 5.
5	<u>Contador y productor hasta el 10</u> : los menores son capaces de contar colecciones que tienen hasta 10 elementos. La comprensión de los cardinales se está desarrollando. <u>Contador regresivo desde 10</u> : el conteo se realiza tanto de forma ascendente como descendente del 1 al 10.
6	<u>Contador desde N</u> : cuentan tanto de forma verbal como a través de objetos a partir de números distintos a 1.

Autor: Paula Matilla Fernández basada en las aportaciones de Clements y Sarama (2015)

La importancia del conteo radica en que los menores sean capaces de conectar la cantidad de objetos de una colección con el número correspondiente. El conteo es uno de los primeros algoritmos que se aprenden, por ello es el más básico, pero también el más importante (Clements y Sarama, 2015).

Según investigaciones de Clements y Sarama el lenguaje verbal tiene una gran importancia a la hora de contar objetos, ya que las palabras para designar un número tienen un papel fundamental y hacen que los niños adquieran un sentido consciente sobre el número.

3.1.2 Principios de Conteo:

Gelman y Gallistel (1978) proponen un modelo que parte del análisis de cinco principios básicos de conteo que los niños deben conocer y aplicar a lo largo de su desarrollo para poder enfrentarse a la tarea de contar.

- Principio de Correspondencia término a término.
- Principio de Orden estable
- Principio de Principio fundamental es la cardinalidad
- Principio de Irrelevancia del orden
- Principio de Abstracción

3.1.3 Estrategias de Conteo:

Parten de los principios del conteo, la acción de contar va a resultar mucho más sencilla puesto que sirven para hacer que el proceso de contar sea mucho más rápido y eficaz. Baroody (2005) diferencia cinco estrategias de conteo:

- Estrategia del conteo total
- Estrategia de conteo a partir del primero
- Estrategia de conteo a partir del mayor
- Estrategia de la descomposición
- Estrategia de la recuperación directa

3.1.4 Metodologías para la Enseñanza de las Matemáticas, el Método ABN:

Procedente de las siglas método abierto basado en números, se define como: Un método de cálculo mental y resolución de problemas diferente a la metodología tradicional, ya que promueve un aprendizaje natural y abierto mediante el cual los estudiantes pueden resolver

las operaciones y problemas de diversas maneras, atendiendo al progreso individual de cada estudiante. (Martínez Montero, 2010, 17).

3.1.4.1 Comparación del Método ABN y el Método Tradicional

En la Tabla 5 vemos un resumen en síntesis que muestra en qué se basa cada uno de ellos, los tipos de situaciones, el proceso de cálculo, el tipo de aprendizaje, cómo se resuelven los problemas, los algoritmos propios de cada método y los tipos de operaciones utilizadas.

Tabla 2: Diferencias principales entre el ABN y el método tradicional

	Método ABN	Método tradicional
Fundamentación	Sistema de numeración de base 10. El cálculo se realiza de izquierda a derecha.	Uso del ábaco y las cifras. El cálculo se comienza de derecha a izquierda.
Tipo de situación	Situaciones reales que favorecen el aprendizaje significativo.	Situaciones de carácter ficticio que no potencian relación entre lo nuevo y lo dado.
Proceso de cálculo	Predomina el cálculo abierto. Los procesos de resolución de operaciones son transparentes.	Proceso de cálculo que consiste en memorizar pasos mecánicos que carecen de sentido.
Tipo de aprendizaje	Aprendizaje conceptual. Permite elegir el método de resolución. El aprendizaje es más rápido y motivador.	Aprendizaje procedimental. Las operaciones se resuelven mediante un proceso basado en la repetición.
Resolución de problemas	Método natural que permite que el cerebro procese el cálculo de una forma más sencilla.	Se observan grandes dificultades en la resolución de problemas.
Algoritmos	Abiertos y flexibles. Permiten trabajar con las operaciones básicas en diferentes formatos.	Operaciones más básicas: suma, resta, multiplicación y división.

Autor: Paula Matilla Fernández basada en las aportaciones de: García y Quirell (2017) Martínez y Sánchez (2011), López et al., (2017) y Canto (2017).

3.2 Estrategias didácticas del conteo a través del juego

(autor: Zayde Zulema Gallardo Martínez)

El autor recopila algunas estrategias didácticas del conteo que se basan propiamente en el juego que los niños deben desarrollara para llegar a un aprendizaje esperado según el

pensamiento matemático. Para entender en que consiste resumiremos algunos conceptos esenciales, es decir algunos saberes previos.

3.2.1 Conceptos Previos

- a) **Pedagogía:** La pedagogía es aquel conjunto de saberes y experiencias científicas usadas para enseñar en el proceso educativo de una persona. Tiene por objeto el planteo, estudio y solución del problema educativo; o también puede decirse que la pedagogía es un conjunto de normas, leyes o principios que se encargan de regular el proceso educativo” (Picardo Joao, et al. 2005b,p. 286).
- b) **Didáctica:** Zabalza (2006) menciona que: “Comenio es el autor más importante de los inicios de esta disciplina, con su obra Didáctica Magna, donde se define la Didáctica como el artificio universal para enseñar todas las cosas a todos, con rapidez, alegría y eficacia” (p. 33).
- c) **Enseñanza:** “La enseñanza implica el manejo de la pedagogía y la didáctica que le permitan al docente contar con los medios necesarios para hacer que los alumnos se interesen en aprender de manera autónoma” (Acosta Alamilla, 2013, p. 32).
- d) **Aprendizaje:** Es considerado como una actividad constructivista de conocimientos y saberes “El aprendizaje requiere la propia participación mental del estudiante y también la acción. Por sí solas, la explicación y la demostración jamás conducirán a una educación real y duradera. Sólo un aprendizaje que sea activo lo logrará” (Mel Silberman,1998 p. 7).
- e) **Estrategia:** “Sistema de acciones que se realizan con un ordenamiento lógico y coherente en función del cumplimiento de objetivos educacionales, es decir, constituye cualquier método o actividad planificada que mejore el aprendizaje profesional y facilite el crecimiento personal del estudiante” (Picardo Joao et al. (2005^a, p. 161).

Las estrategias didácticas son proyectos organizados que permiten integrar contenidos de programas formales y articulados, deben estar encaminados para promover y favorecer el intercambio de aprendizajes integrando la participación

3.2.2 Algunas Estrategias didácticas para el nivel de educación básica, el pensamiento matemático y manejo de grupo.

- Estrategia “Meses del año”: Se sentarán los niños en manera de circulo, se colocará

el calendario en el centro de la mesa y se pondrá la canción de los meses del año, se les mostrará lamina por lamina de los meses del año, para que a los niños se les pueda facilitar el aprendizaje de los meses se puede asociar con alguna festividad del mes para que también por visualización lo logre relacionar. Al ritmo de la canción los niños irán pasando las láminas y repitiéndolas. Para cerrar la actividad los niños con ayuda del docente irán pegando las láminas de los meses del año en su orden correspondiente en la pared para que ellos con la visualización diaria logren el propósito de la enseñanza- aprendizaje. Autoría (ZZGM 38) adaptada de es.scribd.com/doc/84845484/Situacion-Dida.

- Estrategia “Días de la semana”: Se colocará en el suelo los días de la semana en orden, primero se les dirá que día de la semana es y el docente se pondrá en el lugar que indique según sea el día, esto para que los niños ubiquen el día que es, posteriormente se procederá a poner la canción “los días de la semana” y empezara a ubicar cada uno de los días para que los niños relacionen lo que dicen con cuales son los días de la semana en orden. Para finalizar se puede realizar una actividad de reforzamiento en la cual los alumnos mencionen los días de la semana y los ubiquen, se les puede preguntar hoy es _____ ayer fue _____ mañana es _____. También se pueden hacer los nombres de la semana en grande y hacer un círculo, en el cual los niños en grupos de 7 pueden colocarse en un día, se pondrá música para que ellos giren en dicho círculo pero que cada uno vaya en el nombre de algún día, después el docente parara la música y al azar le preguntara niño del círculo en que día está colocado. Autoría (ZZGM 39)
- Estrategia “Contando dientes”: Se entregarán por equipos dos dados, doce figuras de dientes y una boca hecha con fomi, ya con el conocimiento previo de los números y conocimiento a las operaciones básicas de lo que es agregar (sumas) o quitar (restar) cantidades, los alumnos podrán utilizar los principios matemáticos para realizar la operación y lograr el resultado; según salga el número de los dados al aventarlos. Los niños lanzaran los dos dados y solos deberán de agregar la cantidad de puntos de cada resultado de los dados para después ya teniendo el total colocar el número de dientes en la boca que se les entrego, el resto del equipo deberá ayudarle a corroborar (contando) si se hizo bien la actividad y deberán de contar todos al mismo tiempo, esto les ayudara a repasar los números. En esta actividad se aplica el principio del conteo correspondencia uno a uno ya que según él número le dará el valor total a la cantidad de dientes. No solo se puede utilizar

como operación de agregar, sino también puede ser restando los dientes de la siguiente manera: Primero colocar todos los dientes en la boca, después lanzar los dados y sumar el total, para posteriormente restárselos a la boca quitándolos de ella. Autoría (ZZGM 41)

- Estrategia “Número escondido” : Para realizar esta actividad el docente deberá contar con globos de varios colores (no importa si son del mismo color) con los números según lo visto o el conocimiento de los alumnos; se asignara en un cuarto de hoja de máquina, ya sea impreso o con marcador un número, estos se colocaran dentro de los globos que posteriormente se inflaran y se pegaran en las paredes alrededor del salón, y en el pizarrón se colocará un tablero con los números que se estarán utilizando y un marcador con el cual marcaran el número según contenga el globo que les toque. Desarrollo de la actividad: El docente asignará la cantidad de globos a reventar proporcional al total de alumnos y números vistos, los alumnos reventarán los globos asignados y deberán buscar el papelito con el número que estará dentro del globo, posteriormente se dirigirá al tablero que está en el pizarrón y deberá marcar el número que le salió, y así continuaran los demás alumnos hasta cubrir el total de los números escondidos, al finalizar la actividad los alumnos de manera grupal deberán mencionar los números que encontraron en orden estable. En esta actividad se aplica el principio del conteo irrelevancia del orden ya los números estarán revueltos y no tendrán un orden consecutivo al descubrirlos. Pero también se aplica el de orden estable ya que después de encontrarlo deberá ubicarlo en el tablero en el que estarán en orden estable. Autoría (ZZGM 42)
- “Mí número, Tú número”: Para realizar esta actividad se imprimirán o se marcarán en un cuarto de hoja de máquina de color un número del 0 al # según la cantidad de alumnos, después se le entregara a cada alumno una tarjeta. La actividad se realizará de la siguiente manera. Desarrollo de la actividad: Se pondrán las sillas en forma de círculo alrededor del salón y ya con las tarjetas entregadas a cada niño de manera desordenada se les pedirá que cada uno mencione el número que tiene su compañero de la derecha el del y el del compañero de la izquierda, esto para trabajar la memoria, se puede dar la orden que cambien de lugar y realizarlo otra vez, y ya por último que se acomoden de manera ordenada así se trabaja la irrelevancia del orden, así como que aprendan la observación y concentración. Autoría (ZZGM 44)

3.3 Propuesta TIC para el fortalecimiento del pensamiento numérico (basado en los aportes de Cristian Camilo Barreiro)

En un mundo globalizado en la actualidad los números forman parte y están presentes en la vida cotidiana de cualquier ser humano, desde edades muy tempranas hasta la adultez y ancianidad, las circunstancias de la vida llevan a entender y comprender. La adquisición del pensamiento numérico es un proceso gradual que debe ser fortalecido en todos los niveles escolares, para así evitar desánimos a la hora de aprender las matemáticas.

Nace la oportunidad para el afianzamiento del pensamiento numérico, donde impulsada por las TIC, necesarias en nuestra sociedad actual, para que así se pueda ofrecer al docente los materiales de apoyo didáctico, desde la creación de recursos educativos digitales (RED). El uso del RED ayuda en la adquisición de conocimientos, reforzando aprendizajes y remediando situaciones desfavorables y importancia de las TIC en la educación actual para plantear su uso como estrategia de fortalecimiento de fundamentos teóricos sobre conceptos de los procesos asociados al pensamiento numérico de grado primero.

El trabajo con TIC no es sólo de un área de conocimiento, también sirve de ayuda pedagógica a procesos de enseñanza y aprendizaje de otras áreas, entre estas, las matemáticas. (Rueda y Franco, 2018, p. 10).

Cabe destacar que La Comisión Económica para América Latina y el Caribe, CEPAL (2010) indica: las TIC mejoran el proceso de enseñanza, al cambiar la manera en que estudiantes aprenden y profesores enseñan, mediante la promoción de prácticas de enseñanza centradas en los alumnos, con un compromiso activo, una interacción y un diálogo permanente. Por ende, la necesidad de establecer estrategias lúdico-digitales a través del uso de herramientas TIC. La propuesta del autor se basa en que se buscará que la ciencia, tecnología e innovación, se constituyan en un componente que articule y potencie las capacidades cognitivas y de atención de los docentes para que promuevan y desarrollen las capacidades que permitan a los estudiantes, futuros ciudadanos, sobrevivir, desarrollarse y empoderarse en la sociedad.

3.3.1 Pensamiento numérico

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre números y operaciones junto con la habilidad e inclinación a usar esta comprensión en

formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. (MEN, 1998, p. 26)

3.3.2 El Conteo

Es la acción donde se puede contar. También es considerado una habilidad numérica, presente desde edades tempranas cada persona que consiste en asignar un nombre del término de la secuencia a cada objeto de un conjunto. Esta acción se establece en un principio de correspondencia objeto – término y se da mediante el señalamiento.

contar requiere, además, de saber los nombres de los números asignarle a cada uno de los objetos de una colección uno sólo de ellos, en su orden natural, como si cada palabra – número denotara la posición del objeto en una secuencia. Este uso del número, como eslabón de una cadena, es el aspecto ordinal del número. (Cifuentes y Casasbuenas, 2013, pp. 22-23)

3.3.3 Subitización o agrupamiento:

Es la percepción que tiene un individuo de la cantidad exacta de objetos de un conjunto. Este término está planteado por Clements (1999)

3.3.4 La secuencia numérica:

Las secuencias numéricas son números ordenados según una determinada regla. Según Fuson y Hall (1982) consideran dos fases en el aprendizaje de la secuencia numérica. La primera, “fase de aprendizaje de las palabras numéricas de la secuencia convencional, en la que todas las palabras están conectadas en forma continua”; y la segunda, fase de elaboración en donde la secuencia numérica “es descompuesta en palabras separadas y se establecen relaciones entre ellas”.

3.3.5 Estructuras aditivas:

Define la estructura aditiva como “el conjunto de situaciones que requieren una adición, una sustracción o una combinación de dichas operaciones” (Vergnaud, 1990, p. 7).

3.3.6 Estimación matemática:

La estimación matemática es “el juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad. La estimación es un proceso mental donde converge la intuición y la lógica (Castro et al., 1989).

3.3.7 La adición:

Estos procesos están dados en la acción de aumentar y se desarrollan cuando los niños ya han adquirido los conceptos matemáticos básicos y puedan entender que la secuencia numérica.

3.3.8 La sustracción:

Los procesos matemáticos de la sustracción se dan en términos de que al separar elementos se disminuye el número.

3.3.9 Resolución de problemas:

Es una estrategia de mediación cognitiva, asociada a la actividad matemática que trata de la manera de interactuar y pensar acerca de las situaciones que exigen el empleo de recursos y estrategias matemáticas para dar con la solución a un problema de índole matemático.

3.3.10 Tecnologías de la Información y de la Comunicación:

Comúnmente llamados TIC Son el conjunto de herramientas electrónicas utilizadas para la recolección, almacenamiento, tratamiento, difusión y transmisión de la información representada de forma variada.

Las Tecnologías de la Información y de la Comunicación, TIC, se han transformado en herramientas muy útiles en el ámbito educativo. Por ende, es importante que el docente como mediador y guía del proceso de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes, se capacite y tome como pilar de su trabajo, estrategias que permitan la participación y el razonamiento lógico.

La implementación de la tecnología es necesaria, pues los estudiantes, actualmente, piensan y procesan la información de modo distinto a sus predecesores, no siendo un hábito circunstancial, sino que está llamado a prolongarse en el tiempo. De modo que su destreza en el manejo y utilización de la tecnología es superior a la de sus profesores y educadores. Por consiguiente, el uso de las TIC como herramientas didácticas, para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, pueden ser empleadas en la educación, desde temprana edad (Eurydice, 2001).

3.3.11 Recursos Educativos Digitales, RED:

Los recursos educativos digitales “son cualquier tipo de información que se encuentre almacenada en formato digital, pero además poseen una intencionalidad educativa, con objetivos de aprendizaje definidos y un diseño según las características didácticas específicas para facilitar el aprendizaje” (Pineda, 2018, p. 83).

Los recursos digitales son educativos cuando tienen finalidad educativa y está destinada a facilitar la comprensión, la representación de un concepto, teoría, fenómeno, conocimiento o acontecimiento, además de promover en los individuos el desarrollo de capacidades, habilidades y competencias de distinto orden: cognitivo, social, cultural, tecnológico, científico, entre otros. Entre sus ventajas están: “generan motivación para la realización de tareas, permiten el desarrollo de la iniciativa, facilitan el aprendizaje a partir de los errores y las actividades cooperativas, liberan al docente de trabajos repetitivos y presentan la información de manera dinámica e interactiva” (Pineda, 2018, p. 85).

3.4 Conclusiones Finales:

Según el autor a raíz de su trabajo, se evidencia la contribución al fortalecimiento de los procesos asociados al pensamiento numérico de matemáticas del primer grado, a partir de actividades diseñadas bajo el enfoque de resolución de problemas.

El uso de tecnologías, como mediación cognitiva, influencia la manera en que los estudiantes estructuran su relación con su entorno y de la realidad que construyen.

CONCLUSIONES

1. Las estrategias del conteo y cálculo mental se relacionan estrechamente con las propiedades, teoremas y leyes de las matemáticas y por consiguiente con el aprendizaje general de la misma. Además, que dichas estrategias son apropiadas para el desarrollo de actividades en los niños de 1^{er} y 2^{do} grado del nivel primario puesto que tienen un carácter lúdico que permite a los pequeños asimilar el cálculo mental que de otro modo sería muy tedioso.
2. Su aplicación sistemática a tempranas edades consolida los conocimientos de cálculo adquiridos en forma espontánea en el contexto del hogar y perfecciona las prácticas del conteo e ideas numéricas ya adquiridas. El conteo y el cálculo que los niños realizan en su mente es constante y dinámico cada día de modo que genera agilidad mental y con ello se logra un aprendizaje significativo.
3. El aprendizaje de las estrategias del cálculo mental es un base importante para la resolución de problemas del mundo real y facilita la ejecución de la estimación en el primer y segundo grado, la cual es muy importante para no cometer gruesos errores en la aplicación de la técnica operativa. Aplicando las propiedades se les proporciona un aprendizaje nuevo, realmente matemático por el cual los niños aprenden a pensar y razonar, haciéndose preguntas sobre las propiedades que sería más conveniente aplicar según la situación que se presenta.
4. El modelo de cálculo presentado, así como las técnicas de construcción de correspondencia, clasificación, y descomposición ayudan al niño a ordenar secuencialmente sus ideas paso a paso. Asimismo, los tres principios de cálculo mental desarrollados hasta 100, ayudan a la construcción progresiva del cálculo mental hasta el millar y permiten realizar operaciones aritméticas con mucha agilidad en el 1^o y 2^o grado, con mayor rapidez y sin ayuda de materiales externos.

5. El conteo y cálculo mental es fundamental y esencial en el aprendizaje de las matemáticas ya que se requiere en el día a día en las actividades de la vida cotidiana, y con su uso formaremos estudiantes con pensamiento crítico y se logrará un aprendizaje muy significativo.

6. Como último punto se recomienda seguir realizando otras investigaciones sobre el conteo y cálculo mental en pro del beneficio de toda la comunidad educativa, ya que es un tema poco estudiado y que actualmente no hay mucha bibliografía en nuestro medio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta Alamilla, S. (2013). *Pedagogía por competencias, aprender a pensar*. México: Trillas. Badajoz. España.
- Baroody, A. (2005). *El pensamiento matemático de los niños*. Machado Libros.
- Camilo Barreiro, C. (2021) *Propuesta para el fortalecimiento de los procesos asociados al pensamiento numérico, del grado primero, a partir del diseño de Recursos Educativos Digitales (RED) basado en el enfoque de resolución de problemas y el uso de TIC como instrumento de mediación cognitiva* [Tesis de Maestría en Enseñanzas de las ciencias Exactas y naturales, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/79999>
- Castro. R. E. y C. E. (2016). *Pensamiento lógico-matemático. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Editorial Pirámide.
- Chamorro. M.C. (2005). *La construcción del número natural. Didáctica de las matemáticas*. Editorial Pearson.
- Cifuentes, V. y Casasbuenas, C. (2013). *Pensamiento matemático*. Editorial Fundación Promigas.
- Clements. D. y Sarama. J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad. El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Cockcroft W. H. (1985) *Las matemáticas si cuentan. Informe de la Comisión de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas en las Escuelas bajo la presidencia del Dr. W.H. Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Cooper, R. G. (1984). *Early number development: Discovering number space with addition and subtraction*. En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. Hillsdale, NJ: LEA.
- De Castro, C. y Ramírez, M. (2017). *El aprendizaje del conteo y el recitado de la secuencia de palabras número: Articulando las matemáticas importantes con las imprescindibles*. España: Edit. Épsilon - Revista de Educación Matemática. https://www.researchgate.net/publication/322196481_El_aprendizaje_del_conteo_y_el_recitado_de_la_secuencia_de_palabras_numero_Articulando_las_matematicas_importantes_con_las_imprescindibles
- Ed Labinowicz (1987). *Introducción a Piaget: pensamiento, aprendizaje, enseñanza*. Edit. Fondo Educativo Interamericano.

- Fernández, M. (2008). *Cálculo Mental*. Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación.
- Ferro, A. (2007) *Didáctica de la Matemática 1, Construcción de los primeros cardinales* – Perú: Edit. Distribuidora Selecta.
- Ferro, A. (2008) *Didáctica de la Matemática 2, Construcción de la centena* – Perú: Edit. Distribuidora Selecta.
- Ferro, A. (2002) *Nico juega con las matemáticas 2* – Perú: Edit. Informática Brasa Ediciones.
- Ferro, A. (2007) *Nico juega con las matemáticas 1* – Perú: Edit. Informática Brasa Ediciones.
- Ferro, A. (2024) *Matemática 1* – Perú: Edit. Distribuidora Selecta.
- Ferro, A. (2024) *Matemática 2* – Perú: Edit. Distribuidora Selecta.
- Flores, A. M. (2013). *Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. Perspectivas docentes.*
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. New York, Estados Unidos: Klumer Academic Publishers.
- Fuson, K. C. (1982). *An analysis of the counting on solution procedure in addition*. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: LEA.
- Fuson, K.; Briars, D. J. y Richards, J. (1982). *The acquisition and elaboration of the number word sequence*. En C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition*. New York: Springer-Verlag.
- Gallardo Martinez, Z. (2018) *Compendio de estrategias didácticas para el nivel de Educación Básica* [Tesis de Licenciatura en Pedagogía, Instituto Monterrey, México] <https://inieam.org.mx/acervodigital/files/original/7be49941969ca68dcb0f9c9d0c31e8fa.pdf>
- Gelman, R. (1978). *Counting in the preschooler: What does and does not develop?* En R. S. Siegler (Ed.), *Children's thinking: What develops?* Hillsdale, NJ: LEA.

- Lezama, J. y Tamayo, C (2012). *La aplicación de los juegos didácticos basados en el enfoque significativo mejora el logro de aprendizaje en el área de matemática*. Perú: Revistas - Universidad Católica los Ángeles de Chimbote. <https://revistas.uladech.edu.pe/index.php/increscendo/article/view/94>
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Wolters Kluwer S.A.
- Masami, I. (2012) - Matemáticas para la educación normal - Vol1, Tomo II – México: Edit. Pearson Educación
- Matilla Fernández, P. (2022) *Análisis de libros de texto de ABN en educación infantil* [Tesis de maestría en educación infantil, Universidad de Salamanca] <https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/150413/An%C3%A1lisis%20de%20libros%20de%20texto%20de%20ABN%20en%20Educaci%C3%B3n%20Infantil.pdf?sequence=6>
- Méndez, R. (2022). *Análisis del contacto con el referente para la comprensión matemática en nivel preescolar*. [Tesis de Maestría en Investigación en Psicología Aplicada a la Educación. México, D. F.] <https://cdigital.uv.mx/bitstream/handle/1944/51995/MendezRamirezIrving.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- MINEDU (2015). Rutas de aprendizaje – Perú: Ministerio de Educación del Perú
- Ministerio de Educación del Perú (2016). Diseño curricular Nacional de la Educación básica regular. Lima – Perú.
- Ministerio de Educación Nacional Colombia MEN (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas.
- Ortiz, M. y Ortega, T. (2009). Cálculo mental, Primer ciclo de educación primaria.
- Oscoco Solórzano, R., Salome Villareal, N., Vilca Llungo, W., Olivares Zegarra, S. d., & Quispe Pérez, M. L. (2019). Los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática. Educa UMCH.
- Pfaff, K. (2010) *Das Mathebuch 1* – Alemania: Edit. Mildenerberger
- Piaget, J. (1972). *Psicología de la Inteligencia*. Buenos Aires: Edit. Psique.
- Piaget, J. (1975). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Edit. Ariel.
- Picardo Joao, O., Escobar Baños, J. C., y Balmore Pacheco, R. (2005b). *Diccionario pedagógico*. San Salvador: Editorial UPAEP y Colegio García Flamenco.

- Pineda Sánchez, M. I. (2018). *Uso de Recursos Educativos Digitales y aprendizaje autónomo de estudiantes universitarios en un contexto de educación virtual* [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia] https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/12045/1/PinedaMaria_2018_UsoRecursosEducativos.pdf
- Ramírez, M. (2007). *Estrategias didácticas para una enseñanza de la Matemática centra en la resolución de problemas: El caso de los estudiantes de Didáctica de las matemáticas III* [Tesis de doctorado. Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. <https://cybertesis.unmsm.edu.pe/item/10eb3a42-9eb4-45f0-981b-0ee725f46c35>
- Rueda, R. y Franco, M. (2018). Políticas educativas de TIC en Colombia: entre la inclusión digital y formas de resistencia-transformación social. *Pedagogía y Saberes*.
- Siegler, R. S. y Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills, the eighteenth annual Carnegie symposium on cognition*. Hillsdale, NJ: LEA.
- Silberman, M. (1998). *Aprendizaje activo 101 estrategias para enseñar cualquier tema*. Argentina: Editorial Troquel, S.A.
- Utrera, J. R. (2008). *El Ábaco*.
<https://www.monografias.com/trabajos89/abaco-y-su-historia/abaco-y-su-historia.shtml#anatomia>
- Vázquez, J. (1994). *Una investigación de las estrategias de cálculo mental utilizados por niños estudiantes de primaria y secundaria*. Tesis inédita de maestría en ciencias, especialidad en matemática educativa. México, D. F
- Wefermann (2011). *Denken und Rechnen – Alemania: Edit. Westermann Schulbuch*.